

Brajłowska notacja

matematyczna

fizyczna

chemiczna

Opracowanie dedykowane pamięci prekursorów
brajłowskich zapisów matematycznych w kraju

***Andrzeja Adamczyka
i Andrzeja Galbarskiego***

Opracowanie publikacji częściowo sfinansowano
przez Polski Związek Niewidomych Zarząd Główny
ze środków Ministerstwa Edukacji Narodowej i Sportu

Brajlowska notacja

matematyczna fizyczna chemiczna

opracowana na podstawie brajlowskiej publikacji:
H. Epheser – *Międzynarodowa Brajlowska Notacja Matematyczna*
w tłumaczeniu z języka angielskiego i opracowaniu
przez M. i A. Adamczyków, wyd. ZG PZN 1967

Praca zbiorowa pod redakcją Jana Świerczka

Zapis matematyczny i fizyczny

Krystyna Bodys
Ewa Fojucik
Maria Gackowska
Bogumiła Golańska
Wiesław Grabowiec
Tomasz Kępa
Anita Kluska
Jan Krempa
Bogusław Kwiatek
Marian Magner
Dobromiła Ofiarska-Kwiatkowska
Małgorzata Placha
Zbigniew Różga
Tadeusz Rynkowski
Elżbieta Szwedowska
Maryla Woźniak

Zapis chemiczny

Antoni Audycki
Krystyna Broniarz
Anna Kołosowska
Jolanta Kondyjowska-Ogórek
Lucyna Mełgieś
Jadwiga Namyślak
Ilona Piotrowska
Stanisława Tarnawska
Elżbieta Zakroczymska



Bydgoszcz



Dąbrowa
Górnica



Kraków



Łaski



Lublin



Łódź



Owińska



Wrocław

Pragniemy podziękować

Dyrektorowi Ośrodka w Krakowie

Mieczysławowi Kozłowskiemu

za pełnienie roli koordynatora prowadzonych
prac nad Poradnikiem w Ośrodkach dla Niewidomych

jak również

Kierownikowi Działu Rehabilitacji
Polskiego Związku Niewidomych
ZG w Warszawie

Elżbiecie Oleksiak

za prowadzenie tematu w centralnych władzach
Polskiego Związku Niewidomych oraz
Ministerstwa Edukacji Narodowej i Sportu

Autorzy

Ośrodek Szkolno-Wychowawczy
dla Dzieci i Młodzieży Słabo Widzącej i Niewidomej
ul. Zygmunta Krasińskiego 10
85-008 Bydgoszcz

Specjalny Ośrodek Szkolno-Wychowawczy
dla Dzieci Słabowidzących i Niewidomych
ul. Wybickiego 1
41-30 Dąbrowa Górnicza

Specjalny Ośrodek Szkolno-Wychowawczy
dla Dzieci Niewidomych i Słabowidzących
ul. Tyniecka 7
30-319 Kraków

Ośrodek Szkolno-Wychowawczy
dla Dzieci Niewidomych w Laskach
05-080 Izabelin

Ośrodek Szkolno-Wychowawczy
dla Dzieci Słabowidzących
ul. Hirszfelda 6
20-092 Lublin

Ośrodek dla Dzieci Słabowidzących
ul. Dziewanny 24
91-319 Łódź

Ośrodek Szkolno-Wychowawczy
dla Dzieci Niewidomych
Pl. Przemysława 9
62-005 Owińska

Ośrodek Szkolno-Wychowawczy
dla Dzieci Niewidomych
ul. Kasztanowa 3a
53-125 Wrocław

Uniwersytet Warszawski
Instytut Matematyki
ul. Banacha 2
02-097 Warszawa

Trochę historii

Poszukiwania sposobu komunikacji między osobami niewidomymi a widzącymi mają bardzo długą, sięgającą starożytności historię. Cycero w swoim zbiorze *Disputationum Tusculanarum* podaje nazwiska kilku świątłych niewidomych - Demokryt, Appius Claudius, Aufidius, Diodot, którzy budzili ogólny podziw oraz szacunek współczesnych. Przy przekazywaniu swej wiedzy korzystali oni z pewnością z pomocy lektorów i skrybów. Możemy jedynie przypuszczać, że podejmowali próby uniezależnienia się od osób trzecich poprzez poszukiwania środka komunikacji bez udziału wzroku.

Pierwsze udokumentowane próby opracowania pisma dostępnego dla niewidomych pochodzą z XIV w. W tym czasie niewidomy profesor uniwersytetu w Iraku Zain-Din Al Amidi opracował swoisty rodzaj wypukłego pisma, którym oznaczał tomy swego bogatego księgozbioru oraz sporządzał krótkie notatki.

Również na uniwersytetach europejskich pracują niewidomi uczeni, których działalność z pewnością skłaniała do poszukiwań środka utrwalania i przekazywania informacji. Dodatkowym bodźcem z pewnością było wynalezienie druku pod koniec XV wieku, dzięki czemu książka stała się powszechnie dostępna dla osób widzących.

Francesco Lucas z Saragossy (1517) podawał w różnych wariantach pomysł grawerowania liter alfabetu na drewnianych tabliczkach. Kształtu liter, jego zdaniem, niewidomi mogliby się wyuczyć dotykiem palca. Z odmienną koncepcją występuje Erazm z Rotterdamu (1528). Wprawdzie również proponuje grawerować litery, ale na twardym materiale, np. na płycie z kości słoniowej lub metalu. Według niego niewidomy powinien tak długo wodzić rylcem po konturze wklęsłej litery, aż przyswoi sobie w pamięci ruch mięśniowy ręki. Gdy opanuje tę czynność, będzie mógł odręcznie pisać na papierze.

Należałoby tu zwrócić uwagę na charakterystyczną cechę każdego pełnowartościowego systemu zapisu. Informacja powinna być również możliwa do odczytania przez osobę piszącą, czego wielu pomysłów pisma dla niewidomych brakowało. Niebagatelną rolę odgrywa również technika wykonywania zapisu. Grawerowanie kształtu liter, czy też ich wyłaczanie jest możliwe, ale dosyć trudne, wolne i skomplikowane.

Z ciekawą inicjatywą wystąpił jezuita Lan Terzi, proponując w 1670 roku pismo będące kombinacją przecinających się pod kątem prostym linii oraz punktów wykluwanych na papierze rozmieszczonych na poszczególnych polach. W tym systemie zapisu niewidomy może nie tylko pisać, ale też sam odczytywać informację. Wprowadzenie przez Lana punktu i ramki do pisma odręcznego było rozwiązaniem nowatorskim, które w późniejszym czasie odegrało poważną rolę.



System pisma Lana Terzi

Ociemniały w dzieciństwie Mikołaj Saunderson, matematyk i fizyk, profesor uniwersytetu w Cambridge po zapoznaniu się z systemem Lana opracował tablice, na których przedstawiał informacje przy pomocy główek szpilek. Jak podaje Diderot, Saunderson potrafił na swoich tablicach przeprowadzać rozwiązania zawiłych problemów matematycznych, mógł siebie kontrolować, a zauważone pomyłki usuwać.

Można by tutaj podać wiele nazwisk niewidomych, którzy opanowali techniki umożliwiające utrwalanie informacji. Większość z nich jednak posługiwała się znakami szyfrowymi. Jedynie nieliczni opanowali alfabet łańciskowy i posługiwali się nim. Wszyscy jednak należeli do klasy uprzywilejowanej. Nauczanie niewidomych nie było w żaden sposób zorganizowane.

Istotne zmiany w tej dziedzinie nastąpiły w wieku XVIII. Powstające wówczas nowe prądy i teorie dotyczące wychowania stały się przyczyną do poszukiwań metod edukacji niewidomych. Pionierem był francuz Walentyń Haüy, człowiek o dużym społecznym nastawieniu. Po udanych próbach nauczania żebraka Franciszka Leseur zakłada w 1784 r. pierwszą w historii szkołę dla niewidomych. Eksperyment Walentego Haüy znajduje licznych naśladowców. Powstają kolejne szkoły podejmujące kształcenie

niewidomych. Powstają ośrodki w Anglii, wielu stolicach europejskich, a także za Atlantykiem. Również w Polsce przy istniejącym od 1817 roku Instytucie dla Głuchoniemych powstaje w roku 1842 oddział dla niewidomych.

Wszystkie szkoły borykały się z tym samym problemem. Poszukiwano usilnie sposobu zapisu dostępnego dla niewidomych. Wszystkie podejmowane próby opierały się jednak na wykorzystaniu sposobu zapisu stosowanego przez widzących, co niewidomym stwarzało trudności nie do pokonania.

W tym okresie kapitan artylerii Charles Barbier opracował pismo-szyfr do celów wojskowych, które można było odczytywać dotykiem nawet w ciemnościach. Podobnie jak Lan Terzi w poprzednim wieku, Barbier do kodowania znaku pisma wprowadza wypukły punkt. Powstają różne szyfry przeznaczone dla różnych odbiorców. Podstawą znaku pisma Barbiera jest pionowy prostokąt złożony z dwóch szeregów punktów po sześć. Litery i dźwięki języka francuskiego kodowane są w tym systemie fonetycznie. Barbier po opracowaniu odpowiedniej linijki do wykluwania znaków na papierze przedstawia swój wynalazek w 1821 roku w Instytucie dla Niewidomych w Paryżu, oferując swój wynalazek do użytku szkoły.

Projekt nowego pisma, wprowadzony do Instytutu tytułem próby, spotkał się z entuzjastycznym przyjęciem ze strony wychowanków, bardziej sceptycznym - ze strony dyrekcji i personelu nauczycielskiego. Uczniowie mogą z łatwością sami pisać, wykonywać zadania szkolne, robić notatki, jak też i szybko pismo to odczytywać. Jednakże fonetyczny sposób zapisu uniemożliwiał stosowanie ortografii, brak też było interpunkcji i cyfr. Istotną wadą zapisu Barbiera, mimo dużej ilości stosowanych wypukłych punktów, była mała ilość kombinacji znaków-symboli.

Ciekawa opinia o propozycji Barbiera wyrażona została przez specjalną komisję francuskiej Akademii Nauk w osobach Lacépède'a i Ampère'a, która po zapoznaniu się z systemem pisma, orzekła w specjalnym raporcie: „Pismo zwyczajne jest sztuką przemawiającą do wzroku, podczas gdy to, które wynalazł Charles Barbier, jest sztuką przemawiającą do dotyku.”

Niektórzy zdolniejsi i bardziej ambitni wychowankowie instytutu szukają na własną rękę sposobu ulepszenia pisma. Do tej grupy należy młodociany Ludwik Braille, który do Instytutu został przyjęty jako dziesięcioletni chłopiec w 1819 roku. Zapoznawszy się z pismem Barbiera, Braille intuicyjnie wyczuł, że w tym kropkowym systemie odbiegającym od konwencjonalnych liter, kryje się wielka przyszłość właściwego pisma dla niewidomych. W 1824 roku lojalnie przedstawił kapitanowi Barbier swój plan zreformowania systemu, ale ten odniósł się do propozycji negatywnie. Wówczas piętnastoletni Ludwik przystępuje do wprowadzenia radykalnych zmian.

W pierwszym etapie redukuje znak Barbiera do sześciu punktów ustawiając je pionowo w dwóch rzędach po trzy, z których tworzy sześciopunktowy system dający możliwość 64 kombinacji ilości i wzajemnego rozmieszczenia punktów.

1 ● ● 4
2 ● ● 5
3 ● ● 6

Otrzymane w ten sposób znaki rozmieszcza w sześciu seriach po dziesięć i przeznacza cztery pierwsze serie na ułożony w kolejności alfabet łaciński oraz litery z francuskimi znakami diakrytycznymi. Piątą i szóstą serię przeznacza na interpunkcję, cyfry, itp.

Logiczne opracowanie tego systemu polega na tym, że dziesięć pierwszych liter alfabetu od a do j przedstawiono za pomocą kombinacji i ilości punktów 1, 2, 4, 5. Następne serie z literami powstają przez kolejne dodawanie najpierw punktu trzeciego, potem trzeciego i szóstego, wreszcie szóstego. Kształt litery brajlońskiej odczuwa niewidomy od razu opuszką palca, bez liczenia poszczególnych punktów.

Po kilku latach, dzięki swej pomysłowości i zdolności abstrakcyjnego myślenia, Ludwik Braille, który wówczas już był korepetytorem i zarazem nauczycielem muzyki w Instytucie, rozbudowuje swój system w celu przystosowania go do notacji matematycznej, muzycznej, różnych języków, specjalnych symboli, itp.

Za właściwą datę powstania pisma brajlońskiego można uznać rok 1837, w którym ukazało się drugie wydanie instrukcji Braille'a opisującej zasady pisma punktowego. Przedstawiony w niej system o prostej strukturze, łatwy, przejrzysty, a nade wszystko otwarty, możliwy do przystosowania również do obcych języków, oparty wyłącznie na sześciopunkcie, był już właściwie skryształizowany.

SPIS TREŚCI

ZNAKI PISMA BRAILLE'A	1
WSTĘP	2
Zapisy stosowane w Poradniku	2
Następstwo znaków	3
LICZBY	4
Liczebniki główne.....	4
Liczebniki porządkowe.....	4
Liczby całkowite.....	4
Zapis liczb wielopozycyjnych	4
Liczby dziesiętne	5
Procenty i promile	5
Rzymski zapis liczb.....	5
ZNAKI ALFABETU	6
Zapis liter łacińskich.....	6
Zapis liter greckich.....	6
Znaki druku wyróżnionego.....	6
Alfabet grecki.....	7
Zasady stosowania znaków alfabetu i druku wyróżnionego	7
ZAPIS JEDNOSTEK – PODSTAWY	8
ZAPIS DATY I CZASU	9
Zapis daty	9
Zapis czasu.....	9
ZNAKI DZIAŁAŃ I RELACJI.....	10
Znaki działań.....	10
Znaki relacji.....	11
NAWIASY	11
Nawiasy matematyczne	11
Nawiasy dla tekstu niematematycznego.....	12
WARTOŚĆ BEZWZGLĘDNA – MODUŁ	12
ODDZIELANIE LICZB I ZNAKÓW PRZESTANKOWYCH.....	13
PRZENOSZENIE CZĘŚCI WYRAŻEŃ MATEMATYCZNYCH DO NASTĘPNEGO WIERSZA	14
WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE	15
DZIAŁANIA NA ZBIORACH I ELEMENTACH ZBIORÓW.....	16
Oznaczenia zbiorów i zbiorów liczbowych	16
Znaki relacji i działań na zbiorach	16
Inne symbole używane w opisie działań na zbiorach.....	17
ZNAKI POZIOMU	20
UŁAMKI	22
Zwykły zapis ułamków	22
Skrócony zapis ułamków	22
Ułamki zwykłe	23
Liczby mieszane	23
Przykłady działań na ułamkach zwykłych	24
Ułamki algebraiczne	24
Nawiasy – czy znaki poziomu?	26
Ułamki złożone	27

WYRAŻENIA PROSTE I ZŁOŻONE	27
POTĘGI I WSKAŹNIKI.....	28
Wykładniki i wskaźniki proste i złożone.....	28
Proste znaki kluczy dla wykładników potęgi i wskaźników prawostronnych.....	28
Złożone znaki kluczy dla wykładnika potęgi i wskaźników prawostronnych.....	29
Kolejność wskaźników prawostronnych i wykładnika potęgi	30
Tak zwane „znaczkę”	30
Znaki nawiasujące	31
Wskaźniki wielowyrazowe.....	31
Wskaźniki lewostronne	32
PIERWIASTKI.....	33
Prosty znak pierwiastka	33
Złożony znak pierwiastka.....	34
Przykłady zapisu wyrażeń z użyciem potęg, pierwiastków oraz wskaźników	34
FUNKCJE	35
Funkcje	35
Funkcja odwrotna	35
Funkcja złożona.....	36
Constans	36
Signum	36
DUŻA KLAMRA ŁĄCZĄCA KILKA WIERSZY	37
RÓWNANIA I UKŁADY RÓWNAŃ	38
Równania.....	38
Układy równań	39
Znaki wyznaczników i macierzy	40
LOGARYTMY	41
GEOMETRIA	42
Podstawowe symbole geometryczne.....	42
Oznaczenia wektorów.....	43
Geometria analityczna	44
TRYGONOMETRIA	45
Miara stopniowa kąta.....	45
Miara łukowa kąta.....	45
Funkcje trygonometryczne.....	46
Odwrotne funkcje trygonometryczne	47
LOGIKA MATEMATYCZNA	48
Symbole logiczne.....	48
Kwantyfikatory	48
RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA I KOMBINATORYKA.....	49
Silnia.....	49
GRANICE	50
Symbole używane w zapisie granic	50
POCHODNE	51
CĄŁKI	51
WZAJEMNE POŁOŻENIE ZNAKÓW.....	52
BRAJLOWSKA NOTACJA FIZYCZNA – UWAGI.....	54
WSKAŹNIKI I „ZNACZKI” WE WZORACH FIZYCZNYCH	54
Symbole strzałek w zapisach fizycznych	56

Wskaźniki lewostronne w zapisach fizycznych	59
PRZYKŁADY ZAPISU RÓŻNYCH WZORÓW FIZYCZNYCH	60
Wybrane zagadnienia transkrypcji brajlowskiej.....	60
Przykłady wyrażeń z wykorzystaniem złożonych znaków kluczy	62
JEDNOSTKI I DZIAŁANIA NA JEDNOSTKACH.....	63
Symbole słowne, znak miana	63
Jednostki podstawowe i uzupełniające układu SI	64
Jednostki główne – przykłady	65
Jednostki krotne.....	65
Jednostki temperatury	65
Jednostki we wzorach i wyrażeniach fizycznych.....	66
BRAJLOWSKA NOTACJA CHEMICZNA – UWAGI	67
PODSTAWOWE SYMBOLE I ZNAKI STOSOWANE W CHEMII	67
Symbole pierwiastków	67
Wzory cząsteczek.....	67
Indeksy stechiometryczne.....	68
Współczynniki stechiometryczne	68
Symbole strzałek w zapisach chemicznych	69
Reakcja katalizowana	69
Jony	69
Hydraty	70
Wskaźniki [chem.]	70
Budowa atomu.....	71
Konfiguracja elektronowa.....	71
Zapis elektronu	71
Wartościowość.....	72
Stopnie utlenienia pierwiastków	72
REAKCJE CHEMICZNE.....	73
Powstawanie soli	73
Powstawanie soli nierozpuszczalnej.....	73
Reakcja odwracalna	73
Reakcja dysocjacji	73
Reakcje utleniania i redukcji	74
Bilans elektronów w reakcjach utleniania i redukcji	74
Schemat ciągu reakcji.....	74
Zapis jednostek [chem.]	74
WZORY OGÓLNE.....	75
Stężenie procentowe roztworu.....	75
WZORY PÓLSTRUKTURALNE I STRUKTURALNE	76
Wzory półstrukturalne	76
Wzory strukturalne.....	77
LITERATURA.....	78
SPIS TREŚCI – ALFABETYCZNIE.....	79
INDEKS	82

ZNAKI PISMA BRAILLE'A

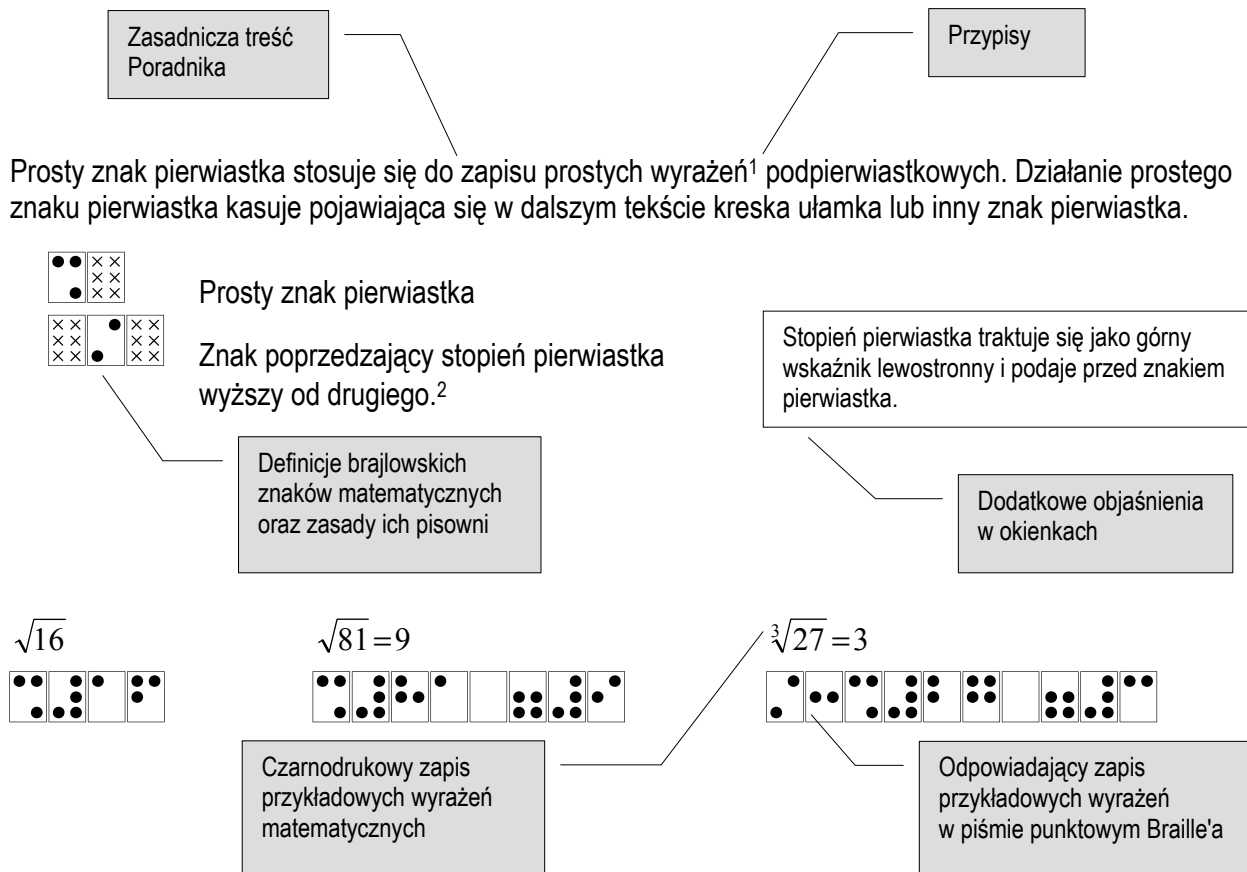
Poniżej przedstawione są wszystkie znaki punktowego pisma w układzie serii jakie zaproponował Ludwik Braille. Schemat zawiera litery alfabetu łacińskiego, znaki interpunkcyjne oraz inne znaki o zastosowaniu uniwersalnym. Ponadto podano znaki przyporządkowane narodowym literom polskim.

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	seria 1
k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	seria 2
u	v	x	y	z	ż			ź		seria 3
ą	ł	ć	ń	ę				ś	w	seria 4
,	;	:	.	?	!	()	”	*	”	seria 5
			znak wiersza	ó	znak liczby	znak dużej litery	znak kursywy			
										seria 6
apostrof	prze- nośnik		pusty znak							


WSTĘP


Zapisy stosowane w Poradniku



Sposoby przedstawienia zróżnicowanej informacji Poradnika pokazane są na poniższym jego fragmencie.



Bardziej szczegółowego objaśnienia wymagają definicje brajlowskich znaków matematycznych oraz zasad pisowni. Ograniczona do 64 liczba znaków brajlowskich wymusza w zapisie matematycznym precyzyjne i konsekwentne stosowanie określonych reguł. Ten sam znak może mieć bowiem wiele znaczeń. Istotną rolę w zapisie brajlowskim odgrywa następstwo znaków. Szczególnie ważną informację wyraża także brak znaku, (odstęp, przerwa). W takim przypadku w zapisie wyrażeń mówi się bardzo często o tzw. „pustym znaku”. W tym celu w Poradniku w definicjach znaków brajlowskich zastosowano dwa specjalne znaki:

³ orientacyjny znak zastępujący dowolny znak brajlowski,

 pusty znak (przerwa, odstęp, brak znaku).

Orientacyjny znak  ułatwia widzącym poznawanie zasad matematycznego zapisu brajlowskiego. Znak ten nie jest tzw. „sześciopunktem”, oznaczanym w Poradniku jako .

Powyższe znaki używane w definicjach określają jednoznacznie "sąsiedztwo" wokół definiowanych symboli.

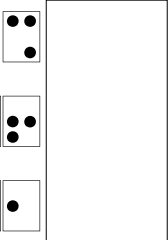





¹ Proste i złożone wyrażenia zdefiniowane zostały w rozdziale Poradnika – *Wyrażenia proste i złożone*.

² Rozdział Poradnika – *Wskaźniki lewostronne*.

³ Znak zaczerpnięty z opracowania T. Rynkowskiego – *Matematyka pisana brajlem*, Owińska 2000. [6]

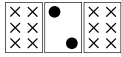
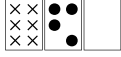
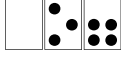

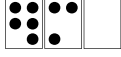
Następstwo znaków⁴

Ze względu na położenie „pustego znaku” w matematycznym zapisie brajlowskim wyróżnia się 6 grup znaków.

	Definicja znaku	Odstęp przed znakiem	Odstęp po znaku
Grupa A		TAK lub NIE	Uwzględnia definicja grup znaków A, B, C.
Grupa B		TAK	
Grupa C		NIE	
Grupa A'		Uwzględnia definicja grup znaków A, B, C.	TAK lub NIE
Grupa B'			TAK
Grupa C'			NIE

Ze względu na przejrzystość zapisu w powyższym zestawieniu podano jedynie po jednym znaku z każdej grupy.

Pełna definicja zawiera w sobie określenie następstwa znaków przed i po definiowanym symbolu.

Definicja znaku	Odstęp przed znakiem	Odstęp po znaku
	NIE	NIE
	NIE	TAK
	TAK	NIE
	TAK lub NIE	TAK lub NIE
	TAK lub NIE	TAK

W zapisie wyrażeń matematycznych mogą mieć miejsce przypadki następstwa znaków, w których konsekwentne stosowanie „pustego znaku” według podanych powyżej reguł prowadzi do sprzeczności. Zagadnienie to jest szczegółowo omówione w rozdziale Poradnika – *Wzajemne położenie znaków*.

⁴ Symbole w zestawieniu są rzeczywistymi znakami matematycznymi. Ich szczegółowe definicje, znaczenie oraz zasady stosowania omówione są w dalszych rozdziałach Poradnika.

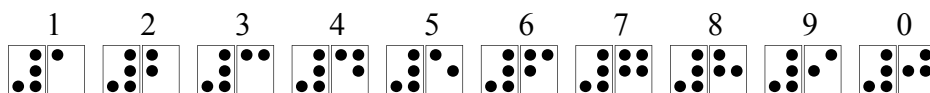
LICZBY

W zapisie liczb arabskich w piśmie punktowym Braille'a wykorzystuje się znaki 1-szej serii alfabetu poprzedzone znakiem kluczowym, niekiedy nazywanym *znakiem liczbowym*, *znakiem liczby* lub *numerykiem*.



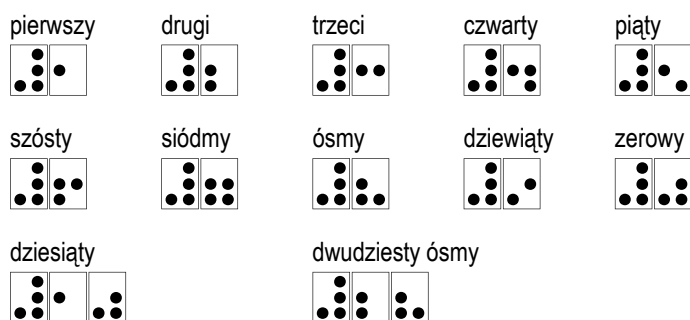
– znak liczbowy, znak liczby, numeryk

Liczebniki główne

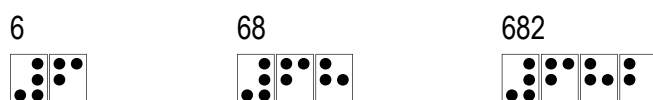


Liczebniki porządkowe

Liczebniki porządkowe w zapisie punktowym Braille'a *numerykiem* poprzedzone są znaki 5-tej serii alfabetu. Znaki te względem znaków 1-szej serii są obniżone. Bardzo często nazywane są także liczbami dolnymi lub obniżonymi. Bez *numeryka* w większości są znakami interpunkcyjnymi.



Liczby całkowite



Zapis liczb wielopozycyjnych

2 584 537 028

W zapisie można stosować odstępy

2.584.537.028


Bardzo czytelny jest zapis z zastosowaniem znaku kropki

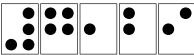
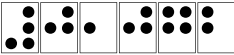
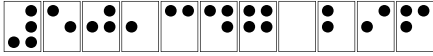
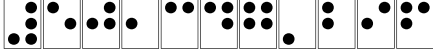
2584537028

Ta sama liczba zapisana bez odstępow jest mniej czytelna.

⁵ W piśmie punktowym Braille'a w zapisie liczb dziesiętnych jako znaku oddzielającego część całkowitą od dziesiętnej używa się wyłącznie przecinka (rozdział Poradnika – *Liczby dziesiętne*). W zapisie brajlowskim nie wystąpi więc niejednoznaczność, która ma miejsce niekiedy w zapisie czarnodrukowym, w którym używa się czasem kropki dziesiętnej.

Liczby dziesiętne

W liczbach dziesiętnych część całkowitą od ułamkowej oddziela się przecinkiem .

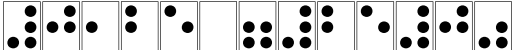
7,29 
 0,072 
 50,347 296 
 50,347.296 

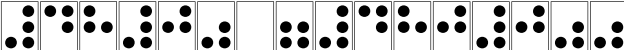
Zastosowane odstępy lub kropki w liczbach wielopozycyjnych podobnie jak w przypadku liczb całkowitych poprawiają czytelność.

Procenty i promile


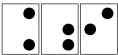

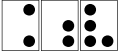







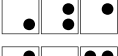


Procenty i promile z piśmie punktowym Braille'a oznacza się następującymi znakami:

 – procent  – promil

0,25 = 25% 

48% = 480‰ 

Rzymski zapis liczb

Zapis skrócony		Zapis pełny	Zapis arabski
I 	lub		1
V 	lub		5
X 	lub		10
L 	lub		50
C 	lub		100
D 	lub		500
M 	lub		1000

W podręcznikach drukowanych pismem punktowym Braille'a prawie wyłącznie spotyka się zapis skrócony.

III (3)⁶  IV (4)  XLII (42)  CDLXXXIV (484) 

MCDDDXXXVII (1837) 

⁶ nawiasach podano odpowiedniki liczb w zapisie arabskim.

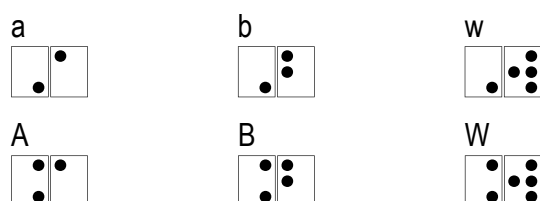
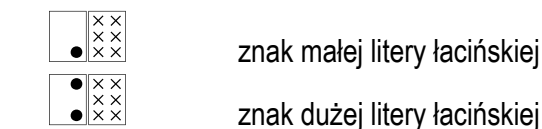
ZNAKI ALFABETU

W zapisie punktowym Braille'a te same znaki wykorzystywane są do zapisywania liter różnych alfabetów. Ponadto ten sam znak może oznaczać małą lub dużą literę. Jednoznaczny zapis umożliwiają specjalne znaki kluczowe zwane *znakami alfabetu*.

Zapis liter łacińskich

Litery alfabetu łacińskiego używane są do zapisu wyrażeń algebraicznych, jednostek, symbolicznego oznaczania wielkości fizycznych, w zapisie reakcji chemicznych i wielu innych przypadkach.

Do oznaczania liter łacińskich stosuje się następujące znaki kluczowe:

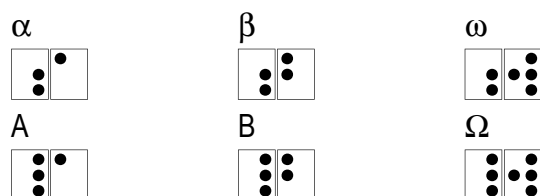
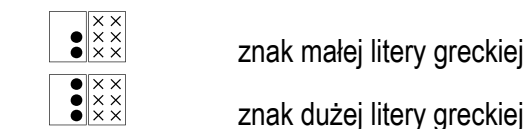


Znaki alfabetu poprzedzają znak właściwej litery.

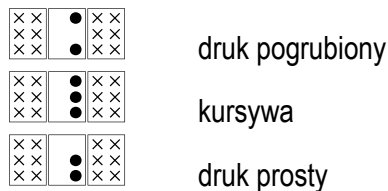
Zapis liter greckich

Litery alfabetu greckiego wykorzystywane są przede wszystkim w trygonometrii, planimetrii i stereometrii. Symbole greckie można również spotkać w innych działach matematyki, fizyki i chemii.

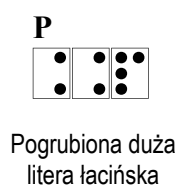
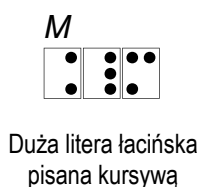
Do oznaczania liter greckich stosuje się następujące znaki kluczowe:



Znaki druku wyróżnionego



Znak rodzaju druku może być stosowany tylko w połączeniu ze znakiem alfabetu. Oznacza to, że musi on stać między znakiem alfabetu a literą.



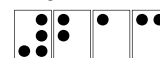
- Przed pierwszą literą wyrażenia matematycznego⁸.
- Przed literą 1-szej serii alfabetu Braille'a zastępującą wyrażenie matematyczne, gdyby litera ta mogłaby być odczytana jako liczba.

2ac



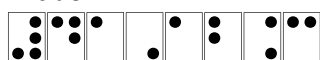
Pominięcie znaku małej litery łacińskiej w wyrażeniu 2ac spowoduje jego odczyt jako liczby 213.

213

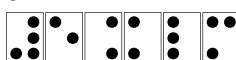


- Przed literą bezpośrednio poprzedzoną znakiem poziomym⁹.
Obowiązująca i powszechnie stosowana jest także zasada:
- Postawiony raz znak alfabetu lub rodzaju druku¹⁰ w wyrażeniu matematycznym obowiązuje do końca tego wyrażenia lub do odwołania go znakiem innego alfabetu lub rodzaju druku.

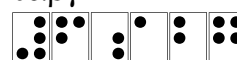
41abC



5KLM



6αβγ



αβΩ

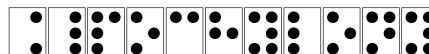


Ponieważ większość tekstów sporządza się w druku prostym (zwykłym), znak druku prostego (w odróżnieniu od pogrubionego, czy pochylonego) najczęściej się pomija. Jeżeli zachodzi konieczność pokazania innego rodzaju druku niż prosty, wówczas znak druku winien być zawsze poprzedzony znakiem alfabetu. Złożenie dwóch znaków (druku i alfabetu) oznacza, że pierwszy z nich jest znakiem alfabetu, a drugi znakiem druku.

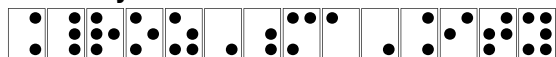
pogrubiony



POCHYLONY



ROZmaity



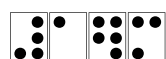
ZAPIS JEDNOSTEK – PODSTAWY¹¹

Jednostki w zapisie punktowym Braille'a poprzedza się kluczowym znakiem jednostki, nazywanym także *znakiem miana*.



– znak miana, znak jednostki

1m



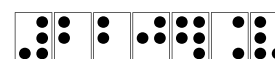
1km



5 $\frac{m}{s}$



220V



⁸ Rozdział Poradnika – Wyrażenia algebraiczne.

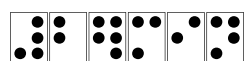
⁹ Rozdział Poradnika – Znaki poziomu.

¹⁰ Rozdziały Poradnika – Zapis liter łacińskich, Zapis liter greckich, Znaki druku wyróżnionego.

¹¹ Zagadnienia zapisu jednostek omówione są w rozdziale Poradnika – Jednostki i działania na jednostkach.

¹² W zapisie tej jednostki użyto znaku kreski ułamkowej $\frac{\cdot}{\cdot}$. Znak ten omówiony jest w rozdziale Poradnika – Ułamki.

2 min



5N



2,5m²

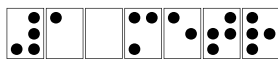


Jednostki pisane w pełnym brzmieniu nie są poprzedzane znakiem miana.

Jeden metr



1 metr

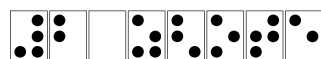


5 niutonów



Znaku miana nie używa się przy nazwach i skrótach walut. Nazwę waluty lub jej skrót należy od liczby oddzielić przerwą.

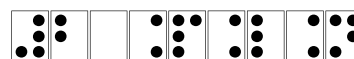
2 złote



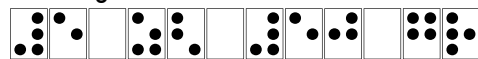
2 zł



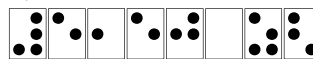
2 PLN



5 zł 50 gr



5,50 zł



ZAPIS DATY I CZASU

Zapis daty

Daty należy pisać zgodnie z kolejnością ich składników w piśmie czarnodrukowym rozdzielając składowe części zapisu kropkami i poprzedzając każdą z nich znakiem liczbowym. Przy zapisie używa się liczb górnych (1-szej serii).

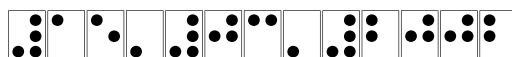
98.08.26



2002.03.15

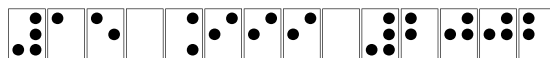


15.03.2002



Spotyka się także zapisy z użyciem liczb rzymskich.¹⁴

15 III 2002



Zapis czasu

Przy zapisie czasu pełną godzinę zapisuje się liczbą obniżoną (znaki 5-tej serii). Minuty zapisuje się liczbami górnymi (znaki 1-szej serii) bezpośrednio po liczbie oznaczającej godzinę. Numeryk poprzedza zarówno liczbę oznaczającą godzinę, jak i minuty.

540



18²⁵



¹³ W zapisie użyto znaku wykładnika potęgi . Znak ten jest omówiony w rozdziale Poradnika – Potęgi i wskaźniki.

¹⁴ Rozdział Poradnika – Rzymski zapis liczb.

ZNAKI DZIAŁAŃ I RELACJI

Znaki działań

+		dodawanie	}	dodawanie i odejmowanie
-		odejmowanie		
±		plus-minus		
∓		minus-plus		
·		kropka w zapisie z odstępem	}	mnożenie
·		kropka w zapisie bez odstępem		
×		krzyżyk		
*		gwiazdka		
:		dwukropek	}	dzielenie
		kreska ułamkowa w pełnym zapisie ułamka		
		kreska ułamkowa w skróconym zapisie ułamka		

Uwaga:

- Znaki działań w zapisie punktowym Braille'a należą do grupy znaków, które muszą być poprzedzone odstępem – pustym znakiem.
- Wyjątek stanowi *znak mnożenia*, może być pisany dwojako – z odstępem lub bez odstępem. Kropka z odstępem w brajlowskiej transkrypcji przerywa tzw. poziom zapisu¹⁵, kropka bez odstępem – nie przerywa poziomem. Przykłady podano w dalszych rozdziałach Poradnika, np. : *Prosty znak pierwiastka*, *Nawiasy – czy znaki poziomem?*
- Zapis kreski ułamkowej omówiono dokładnie w rozdziale Poradnika – *Ułamki*.

3 + 2			
67 : 14			
24,6 + 2 – 4,8			
	<table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="text-align: center;">w zapisie z kropką z odstępem</td> <td style="text-align: center;">w zapisie z kropką bez odstępem</td> </tr> </table>	w zapisie z kropką z odstępem	w zapisie z kropką bez odstępem
w zapisie z kropką z odstępem	w zapisie z kropką bez odstępem		
12 · 3	<table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> </table>		

- Brak odstępem przed znakiem działania (z wyjątkiem *znaku mnożenia*) jest poważnym błędem zapisu.

Działanie $3 + 2$ zapisane w piśmie punktowym Braille'a bez odstępem praktycznie nic nie oznacza, bowiem trzy pierwsze znaki to ułamek $\frac{3}{6}$ ¹⁶, a dwa następne to liczba 2.

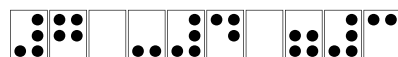
¹⁵ Zagadnienie poziomów zapisu szczegółowo omówione jest w rozdziale Poradnika – *Znaki poziomem*.

¹⁶ Zapis ułamków omówiono w Rozdziale Poradnika – *Ułamki*.

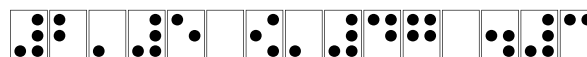
Znaki relacji

=		równa się
≠		nie równa się
≈		równa się w przybliżeniu
>		większy
≥		większy lub równy
⋈		nie większy
≫		znacznie większy
<		mniejszy
≤		mniejszy lub równy
⋈		nie mniejszy
≪		znacznie mniejszy

$$7 - 4 = 3$$



$$2 \cdot 5 < 47 : 3$$

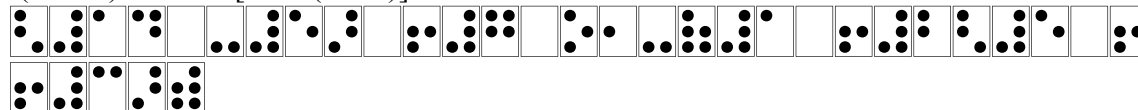


NAWIASY

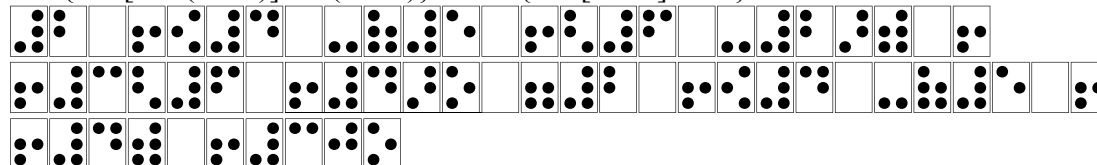
Nawiasy matematyczne

(...)		okrągłe
[...]		kwadratowe
{ ... }		klamrowe
< ... >		skośne

$$(14 - 5) + 7 > - [1 + 2(5 + 3)]$$

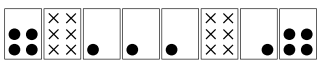


$$2 + \{4 - [5 + (6 - 2)] + 3(6 + 4)\} = 2 + \{4 - [5 + 4] + 30\}$$



Nawiasy dla tekstu niematematycznego

Nawiasy dla tekstu niematematycznego stosowane są w celu dodatkowych wyjaśnień. Czasem nazywane są nawiasami literackimi. W piśmie czarnodrukowym mają postać nawiasów okrągłych.


(...)  nawiasy literackie dla tekstu niematematycznego

$$5 - 3 = 2 \text{ (bo } 2 + 3 = 5 \text{)}$$




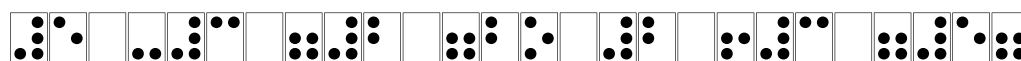
[1]

Bardzo często znak  przed nawiasem zamykającym pomija się.

(...) 

Nie należy jednak znaku tego pomijać, gdy koniec nawiasu występuje bezpośrednio po liczbie.

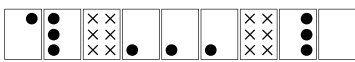
Pominięcie znaku  przed nawiasem zamykającym tekst wyjaśniający w wyrażeniu [1] zupełnie zmieni jego treść.



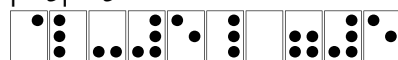
Wyrażenie to bowiem zostanie odczytane jako

$$5 - 3 = 2 \text{ (bo } 2 + 3 = \frac{5}{7} \text{)}$$

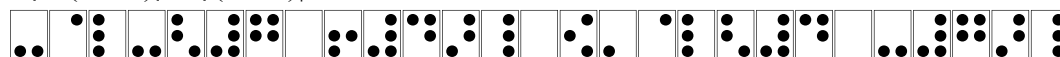
WARTOŚĆ BEZWZGLĘDNA – MODUŁ

| ... |  wartość bezwzględna, moduł

$$|-5| = 5$$



$$-|-(7+4)| < |(4-7)|$$



¹⁷ Zapis ułamków omówiono w rozdziale Poradnika – *Ułamki*.

ODDZIELANIE LICZB I ZNAKÓW PRZESTANKOWYCH

Następujące znaki przestankowe

:		dwukropek
;		średnik
?		pytajnik
!		wykrzyknik
"		zamknięty cudzysłów
)		nawias zamknięty dla tekstu niematematycznego ¹⁸
,		przecinek

należą do grupy znaków używanych w zapisach matematycznych, które muszą być pisane bez żadnego odstępu po lewej stronie. Podlegają tym samym regułom co znaki interpunkcyjne.

Dowolną liczbę lub wyrażenie matematyczne zapisane przed jednym z tych znaków w sytuacji mogącej być źródłem niejednoznacznego zapisu oddziela się szóstym punktem.

Prawidłowy zapis z użyciem znaku

Przy pomyłkowo pominiętym znaku

12;

$\frac{12}{2}$

12?

$\frac{12}{5}$

12!

$\frac{12}{6}$

Prawidłowy zapis liczb i znaków przestankowych jest bardzo istotny przy podawaniu współrzędnych punktów, zapisie przedziałów liczbowych, zbiorów itp.

$P = (3,5)$	
$P = (3,2 ; 5,4)$	
$X = \{1, 2, 3, 4\}$	
$(3,2 ; 5,4)$	
$A = \langle 2, 5 \rangle$	

Użycie znaków interpunkcyjnych może powodować niejednoznaczności nie tylko w zapisie liczb. Użycie znaku w poniższym przykładzie przed przecinkiem występującym bezpośrednio po nawiasie klamrowym zamykającym eliminuje niejednoznaczność – nawias klamrowy, a za nim przecinek, czy znak większości?

$B = \{2, 5, 6\},$

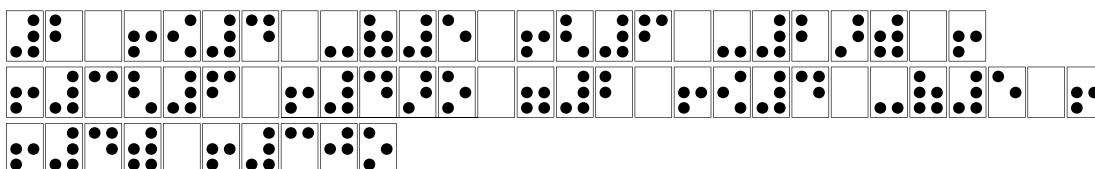
¹⁸ Przypadek tego znaku omówiono już powyżej w rozdziale Poradnika – Nawiasy dla tekstu niematematycznego.

PRZENOSZENIE CZĘŚCI WYRAŻEŃ MATEMATYCZNYCH DO NASTĘPNEGO WIERSZA

Podczas przenoszenia części wyrażeń matematycznych do następnych linii stosuje się następujące zasady:

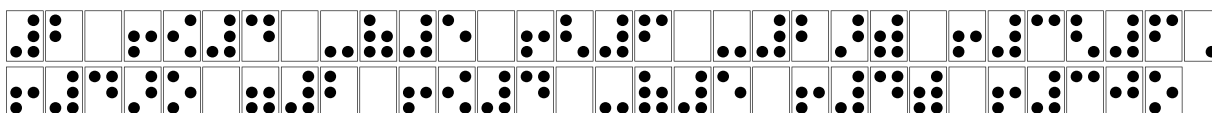
1. O ile jest to tylko możliwe część wyrażenia matematycznego nie mieszcząca się w wierszu należy przenieść na znak działania matematycznego, który stawia się na końcu i powtarza na początku następnego wiersza.

$$2 + \{4 - [5 + (6 - 2)] + 3(6 + 4)\} = 2 + \{4 - [5 + 4] + 30\}$$



2. Wyrażenie matematyczne można również przenosić w miejscu, gdzie występuje pusty znak. W takim przypadku, jako znaku przenoszenia używa się punktu 6, stawiając go w miejscu pustej kratki, na której wzór został przerwany. Znak \square_6 oznacza, że wzór nie kończy się w danej linii.

$$2 + \{4 - [5 + (6 - 2)] + 3(6 + 4)\} = 2 + \{4 - [5 + 4] + 30\}$$



3. Jeżeli wyrażenie matematyczne zostało przerwane w miejscu, gdzie nie ma pustej kratki, wtedy jako znaku przenoszenia używa się znaku tego poziomu¹⁹, na którym stoi pierwszy symbol w następnym wierszu. Jeżeli nie jest to poziom podstawowy, to dla przejrzystości tekstu można taki znak powtórzyć na początku następnego wiersza.

znak poziomu podstawowego	$\begin{array}{ c c } \hline \times \times & \times \times \\ \hline \times \times & \bullet \\ \hline \times \times & \times \times \\ \hline \end{array}$
znak I-go poziomu	$\begin{array}{ c c } \hline \times \times & \times \times \\ \hline \times \times & \bullet \\ \hline \times \times & \times \times \\ \hline \end{array}$
znak II-go poziomu	$\begin{array}{ c c } \hline \times \times & \times \times \\ \hline \times \times & \bullet \bullet \\ \hline \times \times & \times \times \\ \hline \end{array}$
znak III-go poziomu	$\begin{array}{ c c } \hline \times \times & \times \times \\ \hline \times \times & \bullet \bullet \bullet \\ \hline \times \times & \times \times \\ \hline \end{array}$

Znaczenie i zastosowanie podanych powyżej znaków poziomu omówione są rozdziale Poradnika – *Znaki poziomu*.

¹⁹ Rozdział Poradnika — *Znaki poziomu*.

WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

Do oznaczania zmiennych występujących w wyrażeniach algebraicznych wykorzystuje się odpowiednie znaki alfabetów. Notacja brajlowska określa również precyzyjnie reguły ich stosowania.²⁰

Ponadto w zapisie wyrażen algebraicznych obowiązują następujące zasady:

1. Raz postawiony znak alfabetu w wyrażeniu obowiązuje do końca tego wyrażenia lub do odwołania go znakiem innego alfabetu.
2. Użycie znaku alfabetu obowiązuje przed pierwszą literą wyrażenia matematycznego. Znak alfabetu należy również stawiać przed literą oznaczającą wyrażenie matematyczne i występującą osobno w tekście matematycznym. Zagadnienie to omówiono w rozdziale Poradnika – *Zasady stosowania znaków alfabetu i druku wyróżnionego (zasada 1)*.

$$3a + b + c \quad [2]$$

Znak małej litery łacińskiej \cdot przed zmienną \cdot w zapisie brajlowskim wyrażenia [2] został użyty tylko jeden raz – zgodnie z pierwszą zasadą.

$$3x + y + z \quad [3]$$

Bardzo podobne w zapisie czarnodrukowym wyrażenie [3] do wyrażenia [2], w zapisie brajlowskim stwarza odmienne problemy. Zmienne a , b , c należą do 1-szej serii alfabetu Braille'a i przy pominięciu znaku alfabetu mogą być w niektórych przypadkach odczytane jako liczby. W przypadku zmiennych x , y , z niejednoznaczność ta nie występuje.

Pominięcie znaku małej litery łacińskiej \cdot przed zmienną \cdot w wyrażeniu [3] nie spowoduje niejednoznaczności odczytu. Zgodnie z drugą zasadą znak ten należy jednak postawić.

Zastosowanie omówionych powyżej zasad ilustrują kolejne przykłady

$$3a + 2b + 4c \quad [4]$$

W zapisie brajlowskim wyrażenia [4] konieczne było użycie znaku małej litery łacińskiej \cdot przed każdą ze zmiennych.

$$3x + 2y + 4z \quad [5]$$

W zapisie brajlowskim wyrażenia [5] użyto znak małej litery łacińskiej \cdot tylko jeden raz – przed zmienną \cdot .

$$2aC + 4Bc - 3,2BD$$

$$2abc - 3BCD - BD$$

$$2abc - 3BCd - bd$$

$$2abc - 3\alpha\beta\gamma$$

²⁰ Rozdział Poradnika – *Znaki alfabetu*.

DZIAŁANIA NA ZBIORACH I ELEMENTACH ZBIORÓW

Oznaczenia zbiorów i zbiorów liczbowych

A		zbiór A
N		zbiór liczb naturalnych
C		zbiór liczb całkowitych
R		zbiór liczb rzeczywistych
W		zbiór liczb wymiernych
IW		zbiór liczb niewymiernych
C^+		zbiór liczb całkowitych dodatnich
R^-		zbiór liczb rzeczywistych ujemnych
\emptyset		zbiór pusty

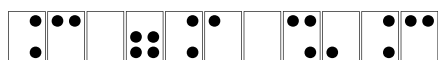
Znaki relacji i działań na zbiorach

\in		należy
\notin		nie należy
\subset		zawiera się, jest zawarty, jest podzbiorem
$\not\subset$		nie zawiera się, nie jest zawarty, nie jest podzbiorem
\supset		zawiera
$\not\supset$		nie zawiera
\cup		suma zbiorów
\cap		iloczyn zbiorów
\setminus		różnica zbiorów
\times		iloczyn kartezjański zbiorów

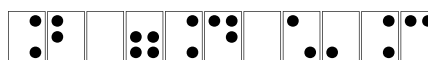
$N \subset C \subset W \subset R$	
$W \not\subset IW$	
$R \supset N$	
$2 \in C^+$	

²¹ Do oznaczenia zbioru użyto tzw. „znaczką”. Zagadnienie to omówiono w rozdziale Poradnika – Tak zwane „znaczkę”.

$$C = A \cup C$$

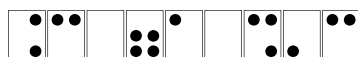


$$B = D \setminus C$$

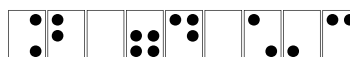


Zgodnie z zasadami stosowania znaków alfabetu²² wyrażenia powyższe można zapisać również w sposób następujący:

$$C = A \cup C$$



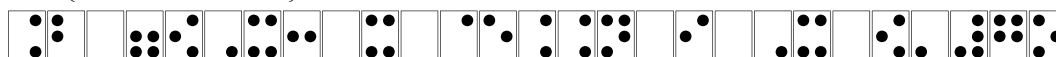
$$B = D \setminus C$$



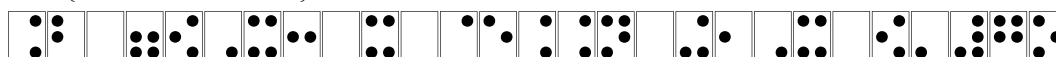
Inne symbole używane w opisie działań na zbiorach

,		prim ²³
„		bis ²⁴
min		minimum ²⁵
max		maximum ²⁶
sup		supremum ²⁷
inf		infimum ²⁸
∨		lub ²⁹
∧		i ³⁰
⇔		wtedy i tylko wtedy gdy ³¹

$$B = \{x : x \in \mathbf{N} \text{ i } x < 7\}$$



$$B = \{x : x \in \mathbf{N} \wedge x < 7\}$$



²² Rozdział Poradnika – Zasady stosowania znaków alfabetu i druku wyróżnionego, zasada 5.

²³ Symbol jest omówiony w rozdziale Poradnika – Tak zwane „znaczkki”.

²⁴ Jak wyżej.

²⁵ Symbol jest omówiony w rozdziale Poradnika – Symbole słowne, znak miana.

²⁶ Jak wyżej.

²⁷ Jak wyżej.

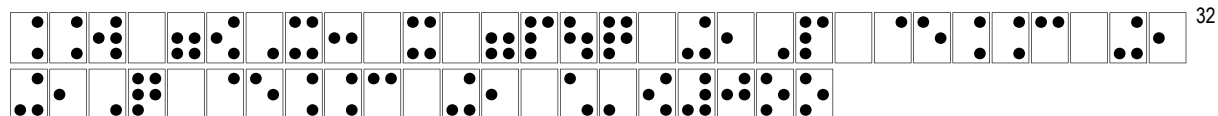
²⁸ Jak wyżej.

²⁹ Symbol jest omówiony w rozdziale Poradnika – Logika matematyczna.

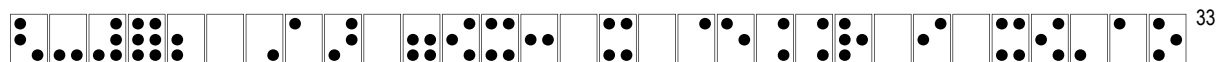
³⁰ Jak wyżej.

³¹ Jak wyżej.

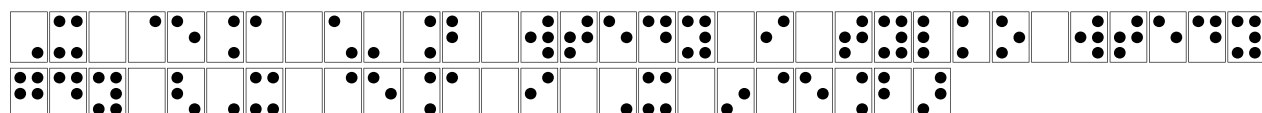
$$W = \left\{ x : x = \frac{p}{q} \wedge p \in \mathbf{C} \wedge q \in \mathbf{C} \setminus \{0\} \right\}$$



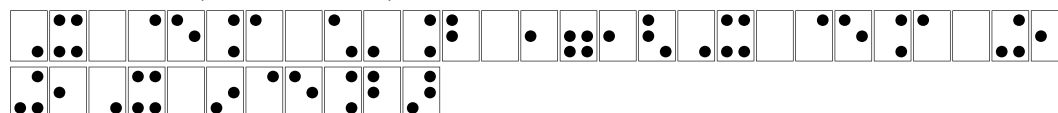
$$(-\infty; a) = \{x : x \in \mathbf{R} \wedge x < a\}$$



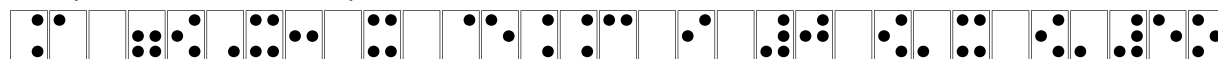
$$x \in A \setminus B \text{ wtedy i tylko wtedy gdy } (x \in A \wedge x \notin B)$$



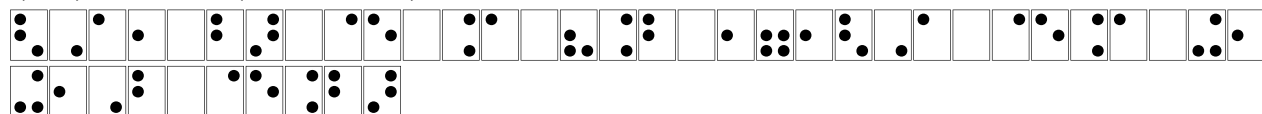
$$x \in A \setminus B \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B)$$



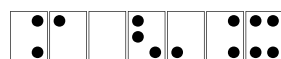
$$A = \{x : x \in \mathbf{C} \wedge 0 < x < 5\}$$



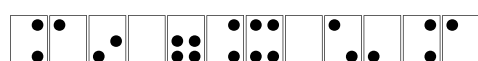
$$(a, b) \in A \times B \Leftrightarrow (a \in A \wedge b \in B)$$



$$A \subset X$$



$$A' = X \setminus A$$

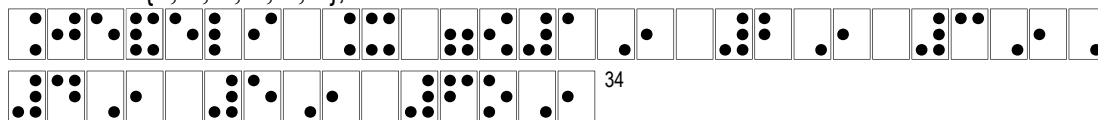


dopełnienie zbioru A do zbioru X

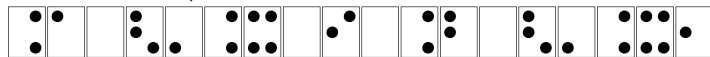
³² Zastosowany w zależności znak kreski ułamkowej  jest omówiony w rozdziale Poradnika – *Ułamki*.

³³ Zastosowany w zależności symbol nieskończoności  jest omówiony w rozdziale Poradnika – *Granice*.

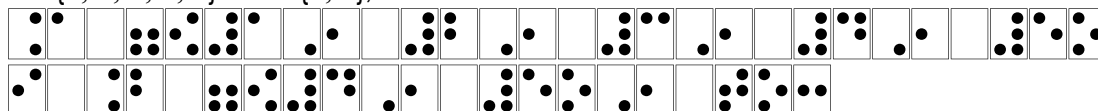
Jeżeli $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,



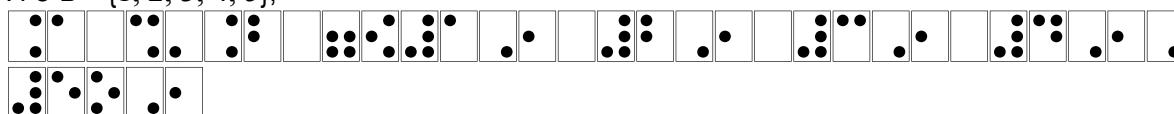
$A \subset X$ i $B \subset X$,



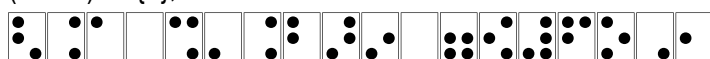
$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $B = \{4, 5\}$, to:



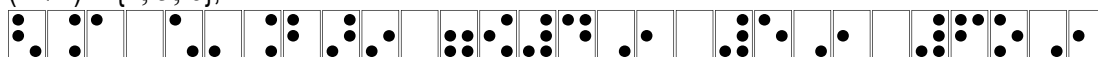
$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,



$(A \cup B)' = \{6\}$,



$(A \setminus B)' = \{4, 5, 6\}$,



$B \setminus A = \emptyset$,



$A \cap B = \{4, 5\}$.



³⁴ W przykładzie użyto znaku . Wyjaśnienie w rozdziałach Poradnika – Przenoszenie części wyrażenia matematycznego do następnego wiersza oraz Oddzielanie liczb i znaków przestankowych.

ZNAKI POZIOMU

Pismo punktowe Braille'a ma specyficzne cechy wyróżniające go spośród wielu innych sposobów zapisu informacji.

- Pismo Braille'a jest odczytywane palcami, a zmysł dotyku w odróżnieniu od zmysłu wzroku pozwala jedynie na punktowy (cząstkowy) odczyt wyrażenia.
- Wyrażenia matematyczne zapisywane są w sposób liniowy (następstwo znaków).
- Ograniczona do 64 liczba znaków.
- Brak możliwości zróżnicowania wielkości znaków.
- Brak możliwości wykorzystania bogatej matematycznej symboliki.

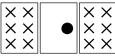
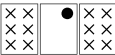


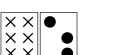
Wszystkie wymienione cechy, a w szczególności dwie pierwsze, decydują o specyfice brajlowskiego zapisu matematycznego. Nie zawsze prawidłowe i logiczne propozycje zapisów stosowane przez osoby widzące są komunikatywne dla niewidomych.

W zapisie punktowym Braille'a złożonych wyrażeń matematycznych stosuje się specjalne znaki – tak zwane *znaki poziomu*. Spełniają one wiele zadań, przede wszystkim jednak:

- wpływają na kolejność wykonywanych działań,
- informują niewidomego o ciągłości danego wyrażenia, np. licznika ułamka, wykładnika potęgi, liczby podpierwiastkowej, wskaźnika, itp. Z tego powodu nazywane są czasem *znakami ciągłości*.

Można stwierdzić, że *znaki poziomu* w brajlowskiej notacji matematycznej spełniają rolę uogólnionych nawiasów. Należy jednak w tym miejscu podkreślić ich szczególną cechę, która odróżnia je od nawiasów – są znakami pojedynczymi, punktowymi, bardzo czytelnymi dla zmysłu dotyku. Nawiasy natomiast to zawsze para znaków. Odszukanie nawiasu otwartego i skojarzenie go z odpowiednim nawiasem zamkniętym w zapisie brajlowskim stwarza zawsze dodatkowe trudności. Jeśli wyrażenie zawiera dwie, trzy lub więcej par nawiasów, jego analiza może być bardzo kłopotliwa.

W matematycznym zapisie brajlowskim stosuje się następujące znaki związane z poziomami zapisu:

znak poziomu podstawowego	
znak I-go poziomu	
znak II-go poziomu	
znak III-go poziomu	
znak zakończenia (końca) poziomu	

Dla wyjaśnienia zagadnień związanych ze stosowaniem poziomów w matematycznym zapisie brajlowskim przyjmuje się, że:

1. Symbol znajduje się w czarnym druku na poziomie podstawowym, jeżeli stoi na poziomie linii wiersza, a ponadto nie jest ani wykładnikiem potęgi ani wskaźnikiem jakiegoś innego symbolu. Podstawowy poziom należy traktować jako zerowy.
2. Poziomy są liczone od poziomu zerowego zarówno w górę, jak i w dół. Na poziomie n -tym ($n = 1, 2, \dots$) znajdują się znaki następujące:
 - a. Prosty wskaźnik prawostronny lub lewostronny oraz wykładnik potęgi, o ile symbol, którego one dotyczą, stoi na poziomie $(n - 1)$. Np. jeżeli symbol opatrzony wskaźnikami znajduje się na zerowym poziomie, to wskaźniki (o ile nie są piętrowe) stoją na pierwszym poziomie i to zarówno górne jak i dolne.

- b. Na poziomie n -tym znajduje się licznik i mianownik ułamka, którego kreska ułamkowa stoi na poziomie $(n - 1)$.
 - c. Podobnie wyrażenie podpierwiastkowe, stoi na poziomie n -tym, jeżeli symbol pierwiastka występuje na poziomie $(n - 1)$.
3. Poziom zmieniają następujące znaki:
- a. Kreska ułamkowa oznacza dla wyrażeń stojących po obu jej stronach, zmianę poziomu o jeden stopień względem poziomu tej kreski.
 - b. Znak pierwiastka oznacza wzrost poziomu o jeden stopień dla wyrażeń bezpośrednio następujących po nim, czyli bez odstępu.
 - c. Znak klucza potęgi, albo wskaźnika stoi na tym samym poziomie co i symbol, do którego się odnosi. Natomiast dla wyrażenia, stojącego bezpośrednio po nim, oznacza wzrost poziomu o jeden stopień.
 - d. Znak zakończenia poziomu używa się, jeżeli koniecznie trzeba wskazać koniec wyrażenia na danym poziomie. Sam znak stoi zawsze na poziomie niższym o jeden stopień niż wyrażenie, które ogranicza.
4. Znaków poziomu używa się w następujących przypadkach:
- a. Wyrażenie stojące na poziomie wyższym niż zerowy, nie powinno w brajlu zawierać pustych kratek. W miejsce pustych kratek należy stawiać znaki odpowiedniego poziomu.³⁵
 - b. Znak podstawowego poziomu może również zastępować pustą kratkę. Między innymi ma to miejsce przy skróconym zapisie ułamków i nie oznacza w tym przypadku zmiany poziomu.³⁶
 - c. Znak odpowiedniego poziomu trzeba stawiać zawsze tam, gdzie zmienia się poziom zapisu, a zmiana ta nie została uwidocznioma w jakiś inny sposób (porównaj punkty 3.a. – 3.d.). Znaki te pokazują zmianę poziomu dla symbolu stojącego bezpośrednio po nich. Stosowanie tych znaków poleca się szczególnie w przypadkach złożonych wyrażeń w wykładniku potęgi, pod pierwiastkiem, we wskaźnikach. Zmiana poziomu w obrębie któregoś z tych wyrażeń musi być jasno zaznaczona, bowiem położenie każdego symbolu jest ściśle związane z określonym sensem matematycznym. Jeżeli bezpośrednio przed literą stoi znak poziomu, to musi ona być poprzedzona znakiem alfabetu.
5. Koniec wyrażenia na danym poziomie może być pokazany:
- a. Przez znak innego poziomu, który odnosi się do następnego symbolu.
 - b. Przez pustą kratkę, która poprzedni poziom redukuje do poziomu podstawowego, tzn. że symbol stojący po pustej kratce będzie znajdował się już na poziomie podstawowym.
 - c. Przez znak zakończenia poziomu, jeżeli zmiana ma być tylko o jeden stopień.
 - d. Przez zamknięcie nawiasu, jeżeli znak otwarcia tego nawiasu znajduje się na niższym poziomie względem danego (zakłada się, że oba znaki nawiasu są na tym samym poziomie).

³⁵ Przykład w podrozdziale Poradnika – *Skrócony zapis ułamków (reguła 4. przykład a).*

³⁶ Przykład w podrozdziale Poradnika – *Skrócony zapis ułamków (reguła 4., przykład c).*

UŁAMKI

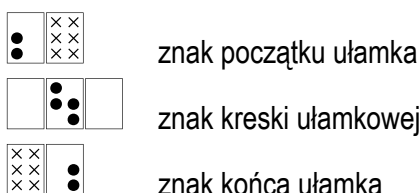
Do zapisu ułamków stosuje się dwie metody:

- zapis zwykły,
- zapis skrócony.

Stosowanie skróconego zapisu daje dość znaczną oszczędność miejsca.

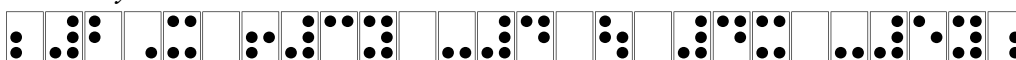
Zwykły zapis ułamków

W zapisie zwykłym ułamków stosuje się następujące znaki:



- Licznik ułamka zawiera się pomiędzy *znakiem początku ułamka* i *znakiem kreski ułamkowej*.
- Mianownik ułamka zawiera się pomiędzy *znakiem kreski ułamkowej* i *znakiem końca ułamka*.
- W zapisie ułamków przy pomocy tych znaków nie stosuje się *znaków poziomu*.

$$\frac{2x + 3y - 4}{4x - 5y}$$

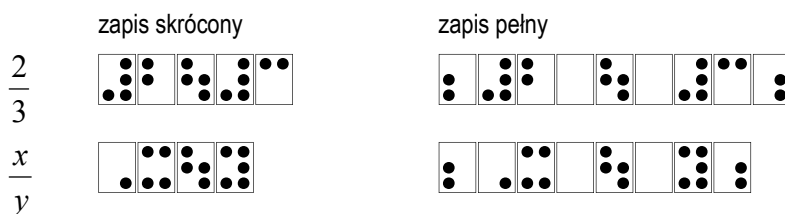


Skrócony zapis ułamków

W tej metodzie zapisu unika się wolnych kratek wewnątrz ułamka, ponadto nie stosuje się znaku rozpoczęcia i zakończenia ułamka. W zapisie skróconym kreskę ułamkową pisze się bez odstępu po obu jej stronach. Ponadto obowiązują następujące reguły:

Reguła 1

Jeżeli licznik i mianownik nie zawierają pustej kratki, to w zapisie ułamka pomija się znaki rozpoczęcia i zakończenia ułamka oraz odstępy po obu stronach kreski ułamkowej.



Reguła 2

Jeżeli mianownik jest liczbą całkowitą, to może być napisany w położeniu obniżonym, bez znaku liczbowego, bezpośrednio po kresce ułamkowej.



Reguła 3

Jeżeli licznik i mianownik są liczbami całkowitymi, to można opuścić kreskę ułamkową, a mianownik pisać w położeniu obniżonym. W ten sposób zapisuje się:

Ułamki zwykłe

$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{17}{5}$	$\frac{138}{43}$

W podobny sposób zapisuje się:

Liczby mieszane

Część całkowita i część ułamkowa liczby mieszanej poprzedzone są *znakiem liczbowym*.

$2\frac{3}{4}$	$4\frac{7}{15}$	$12\frac{14}{17}$

Reguła 4

Jeżeli wewnątrz ułamka znajdują się puste kratki, wtedy zapisuje się go w sposób następujący:

- a) Wewnątrz licznika i mianownika, gdzie w zwykłym zapisie występuje pusta kratka stawia się znak poziomy³⁷ (w tym przypadku poziomy l-go).

$\frac{x+y}{x-y}$	zapis skrócony		zapis zwykły	
-------------------	----------------	--	--------------	--

- b) Jeżeli licznik lub mianownik rozpoczyna znak wymagający pozostawienia pustej kratki po lewej stronie, (np. minus), to poprzedza się go również *znakiem poziomym* (na ogół poziomym l-go).

$\frac{p+q}{-n} = \frac{-p-q}{n} = -\frac{p+q}{n}$	
--	--

- c) Jeżeli licznik kończy się znakiem, który wymaga pozostawienia po nim odstępu, to stawia się między nim a kreską ułamkową znak .

$\frac{(n+1)!}{2n}$		³⁸
---------------------	--	---------------

Znak silni wymaga pozostawienia po nim odstępu . W zapisie skróconym przed kreską ułamkową nie stawia się odstępu, stąd wypełnienie tego miejsca znakiem .

Reguła 5.

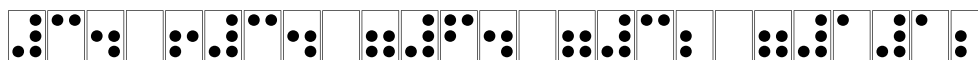
Ułamki wyrażone w zapisie skróconym, wymagają pozostawienia odstępu przed licznikiem i po mianowniku.

³⁷ Rozdział poradnika – *Znaki poziome (reguła 4.a.)*

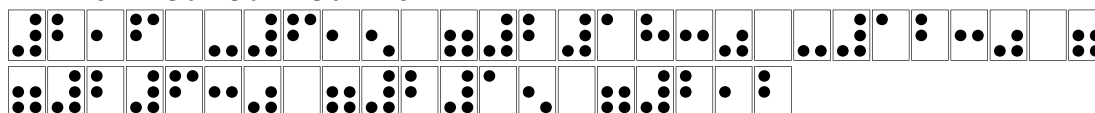
³⁸ Użyty w ułamku znak silni omówiony jest w rozdziale Poradnika – *Rachunek prawdopodobieństwa i kombinatoryka.*

Przykłady działań na ułamkach zwykłych

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$



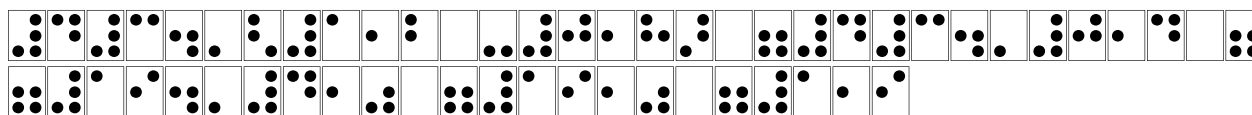
$$2,6 - \frac{6}{15} = 2\frac{18}{30} - \frac{12}{30} = 2\frac{6}{30} = 2\frac{1}{5} = 2,2$$



Znak mnożenia – kropka, może być zastosowany z odstępem lub bez.³⁹ Zapis z kropką bez odstępów jest krótszy. Dla niektórych osób zastosowanie odstępów poprawi czytelność wzoru.

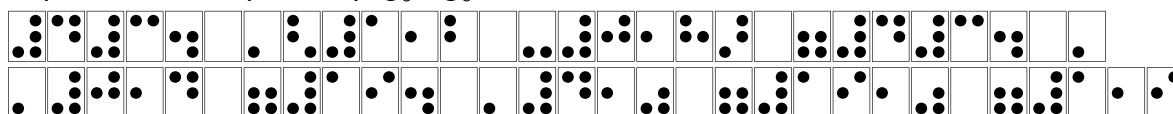
$$4\frac{3}{4} \cdot (1,2 - 0,8) = 4\frac{3}{4} \cdot 0,4 = \frac{19}{4} \cdot \frac{4}{10} = \frac{19}{10} = 1,9$$

Zapis brajlowski z kropką bez odstępów.



$$4\frac{3}{4} \cdot (1,2 - 0,8) = 4\frac{3}{4} \cdot 0,4 = \frac{19}{4} \cdot \frac{4}{10} = \frac{19}{10} = 1,9$$

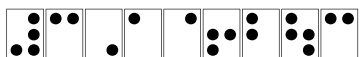
Zapis brajlowski z kropką z odstępem.



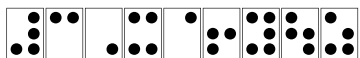
Ułamki algebraiczne

W zapisie ułamków algebraicznych obowiązują zasady oraz reguły zapisu wyrażeń algebraicznych.⁴⁰

$$\frac{3a+b}{c}$$



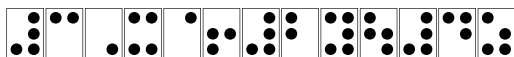
$$\frac{3x+y}{z}$$



$$\frac{3a+2b}{4c}$$



$$\frac{3x+2y}{4z}$$

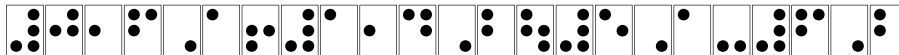


- Raz postawiony znak alfabetu w wyrażeniu obowiązuje do końca tego wyrażenia lub do odwołania go znakiem innego alfabetu,
- Użycie znaku alfabetu obowiązuje przed pierwszą literą wyrażenia matematycznego.

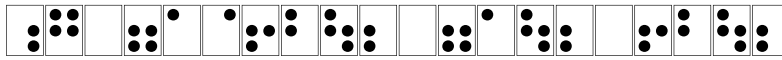
³⁹ Rozdział Poradnika – Znaki działań.

⁴⁰ Rozdział Poradnika – Wyrażenia algebraiczne.

$$\frac{0,6a + 1,4b}{5a - 6b}$$

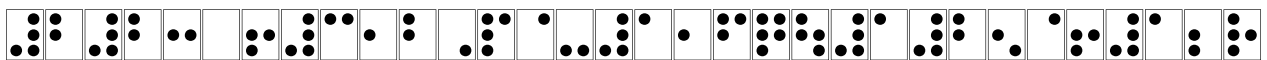


$$\gamma = \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}$$

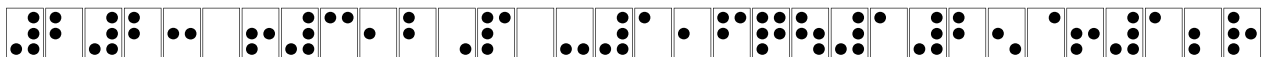


Struktura ułamka zapisanego w sposób skrócony bardzo uzależniona jest od położenia znaku poziomego \square .

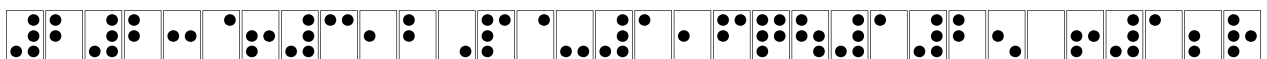
$$2\frac{2}{3} + \frac{3,2p - 1,6q}{1\frac{2}{5} + \frac{1}{2}r}$$



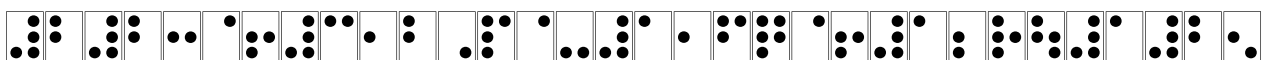
$$2\frac{2}{3} + 3,2p - \frac{1,6q}{1\frac{2}{5} + \frac{1}{2}r}$$



$$\frac{2\frac{2}{3} + 3,2p - 1,6q}{1\frac{2}{5}} + \frac{1}{2}r$$

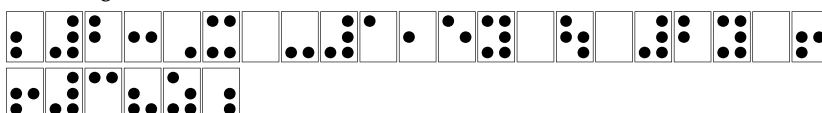


$$\frac{2\frac{2}{3} + 3,2p - 1,6q + \frac{1}{2}r}{1\frac{2}{5}}$$



$$\frac{\frac{2}{3}x - 1,5y}{2y + \frac{3}{8}z}$$

[6]



Wyrażenie [6] zapisane sposobem zwykłym – przy pomocy znaków początku i końca ułamka



Wyrażenie [6] zapisane w sposób skrócony – przy pomocy znaku l-go poziomego

Nawiasy – czy znaki poziomu?

W matematycznej notacji brajlowskiej wyrażenia algebraiczne można także zapisać jednoznacznie używając nawiasów. Zagadnienie to przedstawiają poniższe przykłady.

$$-\frac{x-y}{2} = \frac{-(x-y)}{2} = \frac{-x+y}{2} = \frac{y-x}{2}$$

Aby powyższe wyrażenie było w zapisie brajlowskim jednoznaczne bez użycia znaków poziomu należałoby wprowadzić nawiasy.

$$-\left[\frac{(x-y)}{2}\right] = \frac{-(x-y)}{2} = \frac{(-x+y)}{2} = \frac{(y-x)}{2}$$

Wprowadzenie nawiasów:

- jest ingerencją w matematyczny tekst źródłowy,
- wydłuża zapis brajlowski,
- w przypadku użycia wielokrotnych nawiasów dla złożonych wyrażeń utrudnia czytelność.

Dodatkowego wyjaśnienia wymaga zastosowanie znaku mnożenia – kropki z odstępem lub bez. Kropka w zapisie z bez odstępem przerywa poziom, natomiast z odstępem nie przerywa poziomu. W niektórych wyrażeniach ma to wpływ na różnicowanie zapisu, którego porządek można również określić przy pomocy wprowadzenia dodatkowych nawiasów.

$$\frac{2x \cdot 3y}{x+y}$$

Znak mnożenia – kropka w zapisie bez odstępem nie przerywa poziomu.

$$2x \cdot \frac{3y}{x+y}$$

Znak mnożenia – kropka w zapisie z odstępem przerywa poziom.

$$\frac{(2x \cdot 3y)}{x+y}$$

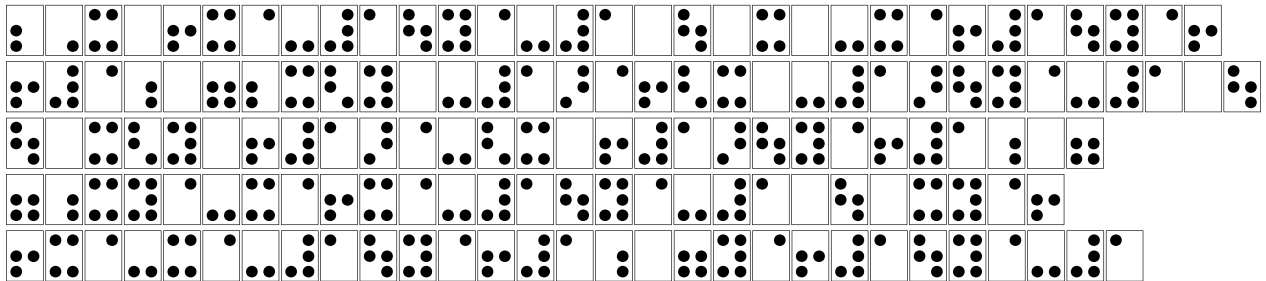
Ułamki złożone

Tego rodzaju ułamki proponuje się pisać następująco: ułamek zasadniczy w sposób zwykły⁴¹, a ułamki występujące w liczniku lub mianowniku, w sposób skrócony⁴².

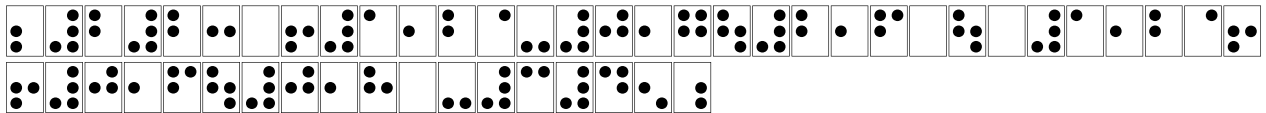
$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{1+\frac{b}{a}}{1-\frac{b}{a}}$$



$$\frac{x + \frac{x-1}{y-1}}{x - \frac{x+1}{y+1}} = \frac{\frac{x(y-1) + (x-1)}{y-1}}{\frac{x(y+1) - (x+1)}{y+1}} = \frac{xy - x + x - 1}{xy + x - x - 1} = \frac{y+1}{y-1}$$



$$\frac{2\frac{2}{3} + \frac{1,2 - 0,7}{2,6}}{\frac{1,2 + 0,6}{0,8} - 3\frac{4}{5}}$$



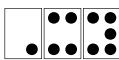
WYRAŻENIA PROSTE I ZŁOŻONE

1. Wyrażenie, którego wszystkie wyrazy znajdują się na jednakowym poziomie nazywamy **prostym**.

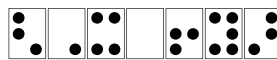
a



xy

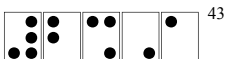


$(x + y)$

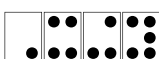


2. Jeżeli wyżej podany warunek nie jest spełniony, to wyrażenie nazywamy nazywa się **złożonym**.

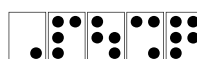
$2\sqrt{a}$



x^y



$\frac{p}{\sqrt{q}}$



⁴¹ Rozdział Poradnika – Zwykły zapis ułamków.

⁴² Rozdział Poradnika – Skrócony zapis ułamków.

⁴³ Znak pierwiastka jest omówiany w rozdziale Poradnika – Pierwiastki.

POTĘGI I WSKAŹNIKI

W zapisie brajlowskim wykładnik potęgi i wskaźniki prawostronne pisze się po symbolu zasadniczym, przy czym każdy z nich należy poprzedzić odpowiednim znakiem klucza.

Wykładniki i wskaźniki proste i złożone

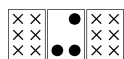
1. Jeżeli wykładnikiem potęgi lub wskaźnikiem prawostronnym jest wyrażenie proste to wykładnik taki lub wskaźnik nazywa się prostym.
2. Jeżeli wykładnikiem potęgi lub wskaźnikiem prawostronnym jest wyrażenie złożone to wykładnik taki lub wskaźnik nazywa się złożonym.

Stosownie do tego rozróżnia się dwa rodzaje znaków kluczy:

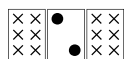
- znaki kluczy dla prostych wykładników potęg i wskaźników prawostronnych,
- znaki kluczy dla złożonych wykładników potęg i wskaźników prawostronnych.

Dla ułatwienia nazywane są odpowiednio *prostymi* i *złożonymi znakami kluczy*.

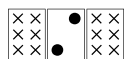
Proste znaki kluczy dla wykładników potęgi i wskaźników prawostronnych



znak wykładnika potęgi



znak wskaźnika dolnego

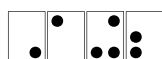


znak wskaźnika górnego

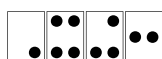
Przy zapisie potęg i wskaźników prawostronnych obowiązują następujące reguły:

1. Jeżeli prosty wykładnik potęgi lub wskaźnik prawostronny jest liczbą całkowitą wówczas można napisać go w położeniu obniżonym, bezpośrednio po znaku klucza bez znaku liczbowego.

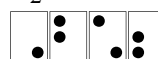
$$a^2$$



$$x^3$$

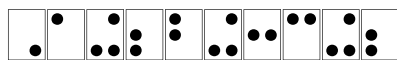


$$b_2$$

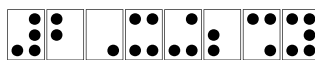


2. Działanie prostych znaków kluczy jest kasowane: przez proste znaki kluczy dla wykładników potęgi i wskaźników prawostronnych oraz przez znak pierwiastka, a także kreskę ułamkową.

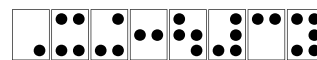
$$a^2 b^3 c^2$$



$$2x^2 \sqrt{y}$$



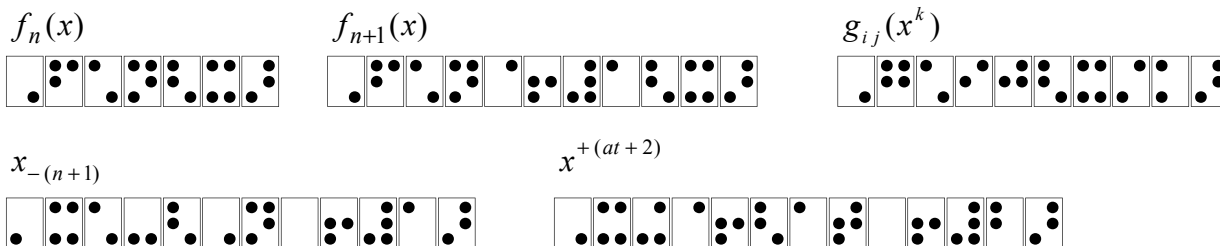
$$\frac{x^3}{3y}$$



$$a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}$$

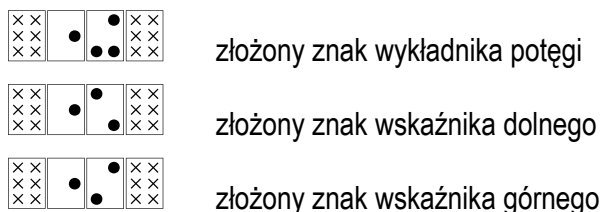


3. Znak nawiasu zawsze oznacza koniec wyrażenia poprzedzonego prostym znakiem klucza z wyjątkiem gdy następuje bezpośrednio po znaku klucza, albo gdy jest oddzielony od niego tylko znakiem działania.



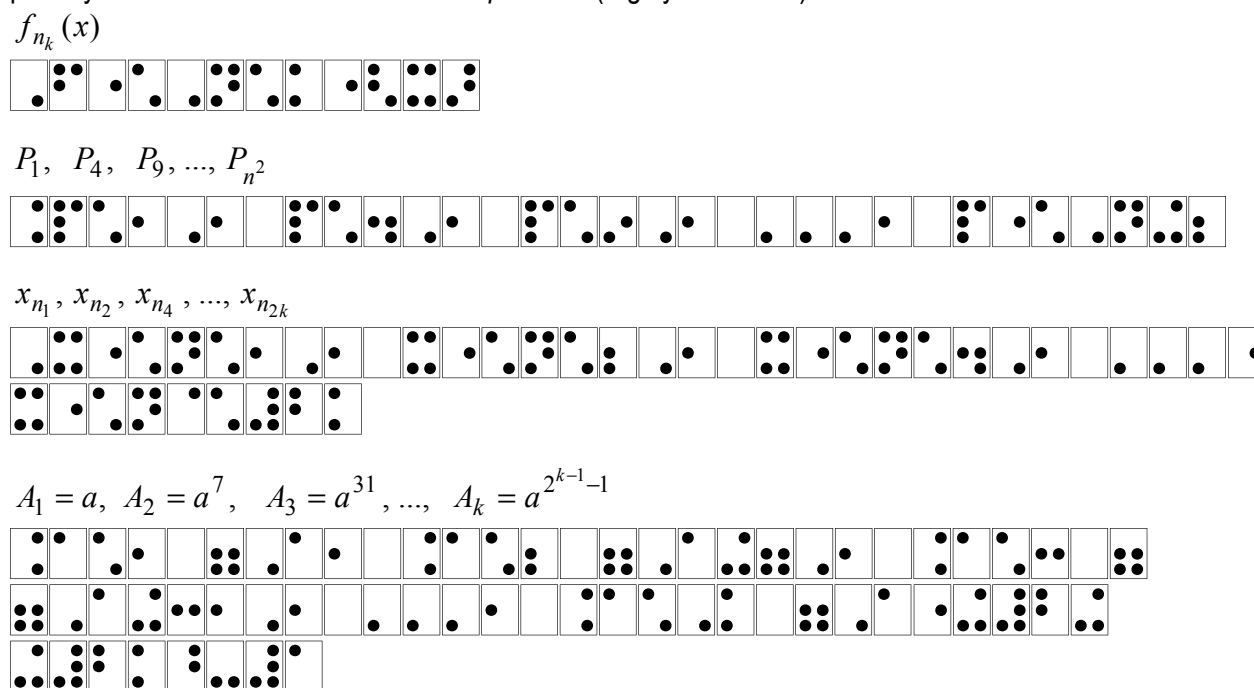
Złożone znaki kluczy dla wykładnika potęgi i wskaźników prawostronnych.

Złożony znak klucza otrzymuje się poprzedzając znak klucza prostego *znakiem poziomym*, na którym stoi symbol, którego dotyczy potęga lub wskaźnik



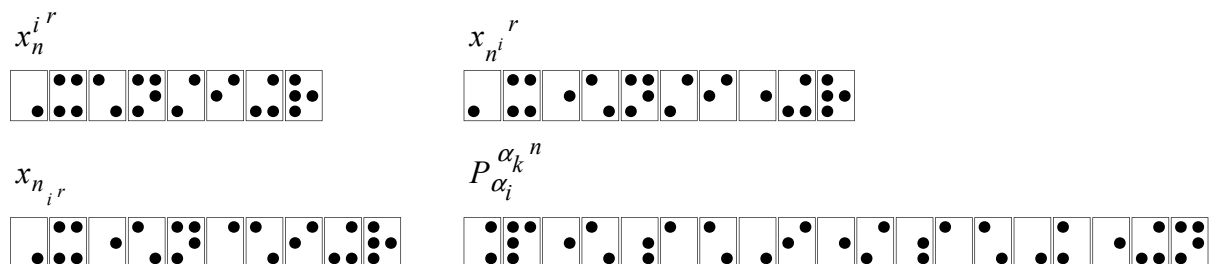
Podane znaki obowiązują w przypadku, gdy symbol opatrzony nimi znajduje się na I-szym poziomie.
 Jeśli znajduje się na poziomie wyższym, znak kluczowy poprzedzony musi być odpowiednim znakiem poziomym.

Koniec wyrażenia poprzedzonego złożonym znakiem klucza musi być określony zgodnie z zasadami podanymi w rozdziale Poradnika – *Znaki poziome* (reguły 5.a. – 5.d.).



Kolejność wskaźników prawostronnych i wykładnika potęgi

Kiedy symbol ma z prawej strony więcej niż jeden wskaźnik prosty lub złożony, to pisze się je jeden po drugim, poprzedzając każdy odpowiednim znakiem klucza, poza tym, jeżeli symbol zasadniczy jest wyrażeniem potęgowym, to wykładnik potęgi należy postawić na końcu po wszystkich wskaźnikach.



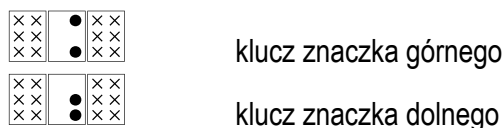
Tak zwane „znaczkę”

Przez termin „znaczkę” należy rozumieć oznaczenia pisane u góry lub u dołu symbolu zasadniczego, nie będące wskaźnikami. Jako znaczkę mogą być zastosowane niektóre znaki geometryczne, podane wcześniej znaki działań oraz inne znaki. Niektóre z nich podano w poniższym zestawieniu:

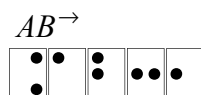
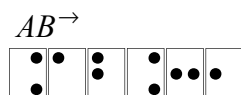
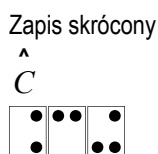
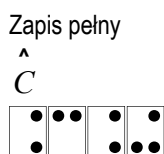
'		prim	*		gwiazdka	^		daszek
''		bis	-		kreska	→		strzałka w prawo
+		plus	.		kropka	←		strzałka w lewo
-		minus	~		falka			

Znaczkę pisze się po symbolu, do którego się odnoszą. Przypisuje się im ten sam poziom, jaki ma symbol zasadniczy.

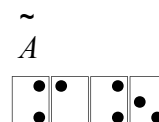
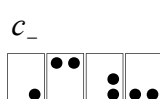
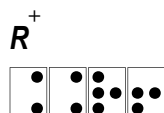
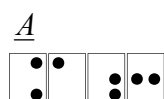
Położenie znaczkę względem symbolu zasadniczego określa odpowiedni znak klucza między nim, a symbolem. Znaki kluczy stosowanych do znaczków są następujące:



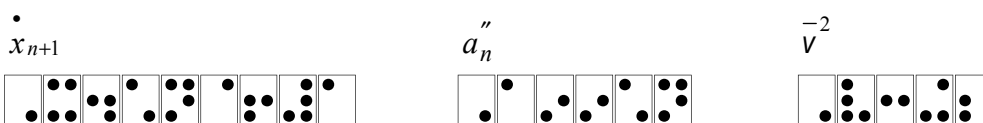
Dolne znaczkę muszą zawsze być pisane ze znakiem klucza, podczas gdy przy górnych, gdy nie zachodzą konflikty, można go pominąć.



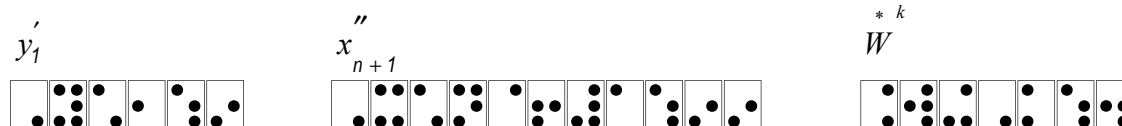
Znaczkę pisze się po symbolu, do którego się odnosi.



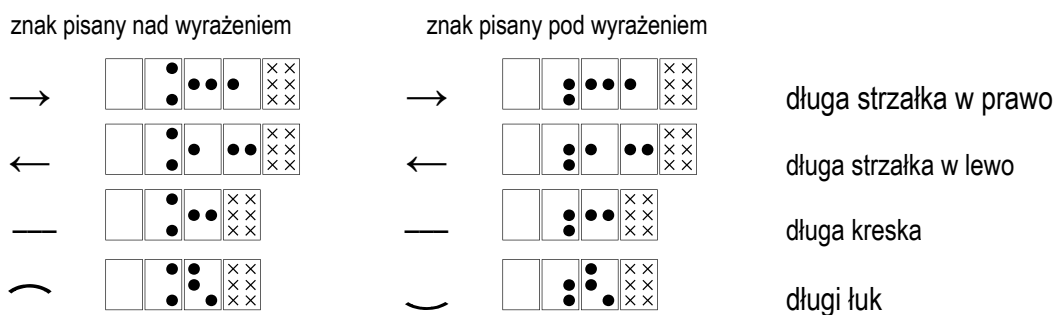
W sytuacji, gdy symbol ma jednocześnie znaczek i wskaźnik lub wykładnik potęgi, wtedy w brajlu znaczek pisze się zwykle bezpośrednio po symbolu, przed wskaźnikiem lub wykładnikiem.



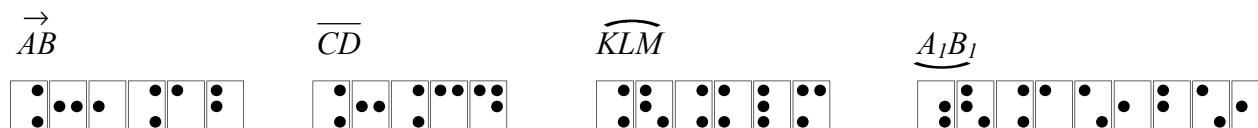
Możliwy jest także zapis odwrotny, w którym znaczek pisze się po wskaźniku lub wykładniku potęgi. Jednak należy wtedy pokazać koniecznie koniec wskaźnika lub wykładnika stosując znak końca poziomu $\overline{\quad}$.



Znaki nawiasujące

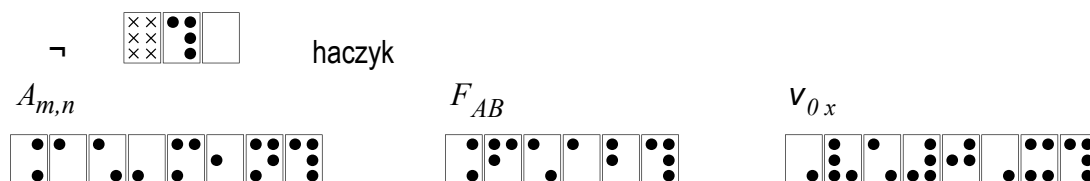


Znaki nawiasujące pisze się zawsze przed częścią wyrażenia, która ma być wyróżniona. Oznaczają one zawsze wzrost poziomu o jeden stopień. Koniec działania znaku nawiasującego musi być określony zgodnie z zasadami podanymi w rozdziale Poradnika – *Znaki poziomu* (reguły 5a – 5d).



Wskaźniki wielowyrazowe

Do oznaczenia ostatniego wyrazu wskaźnika składającego się z kilku wyrazów stosuje się tzw. haczyk.



Jeżeli ostatni wyraz wskaźnika jest złożony, wówczas taki haczyk spełnia rolę znaku wyróżniającego tę część wskaźnika, czyli jest znakiem nawiasującym. Podnosi poziom tego wyrazu wskaźnika, po którym występuje. Jeżeli złożony wyraz wskaźnika, do którego odnosi się haczyk, nie jest oddzielony od reszty przecinkiem lub w inny sposób, to w zapisie brajlowskim początek tej części wskaźnika musi być wyraźnie wskazany. Można w tym celu użyć sześciopunktu.



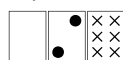
Wskaźniki lewostronne

Dla wskaźników lewostronnych istnieją dwa rodzaje kluczy

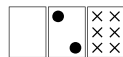
zapis zwykły



zapis skrócony



- górny wskaźnik lewostronny



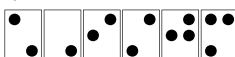
- dolny wskaźnik lewostronny

1. W zapisach na ogół wystarcza zapis skrócony. Zwykły zapis wskaźników lewostronnych należy stosować w przypadkach konieczności uniknięcia niejednoznaczności.
2. Klucze wskaźników lewostronnych wskaźniki pisze się zawsze przed symbolem, do którego się odnoszą.
3. Oba rodzaje znaków kluczy, podobnie jak przy wskaźnikach prawostronnych, mogą mieć dwojaką formę; tzn. mogą być proste lub złożone. Prosty znak klucza może być użyty tylko wtedy, kiedy wskaźnik lewostronny zawiera pojedynczą literę, albo tylko liczbę całkowitą. W tym ostatnim przypadku liczbę pisze się bez znaku liczbowego, w położeniu obniżonym, bezpośrednio po znaku klucza. Koniec wskaźnika lewostronnego nie musi być pokazany, jeżeli poprzedza go prosty znak klucza.
4. Złożone znaki kluczy dla złożonych wskaźników lewostronnych otrzymuje się kładąc odpowiedni znak poziomym przed zwykłym lub skróconym znakiem klucza. Koniec wyrażenia poprzedzonego takim znakiem klucza musi być pokazany zgodnie z zasadami podanymi w rozdziale Poradnika – *Znaki poziome* (reguły 5a – 5d).
5. Jeżeli symbol ma dwa wskaźniki lewostronne, górny i dolny, wtedy pisze się jeden po drugim, poprzedzając każdy odpowiednim znakiem klucza. Ogólna zasada dotycząca kolejności wskaźników nie istnieje.
6. W brajlu stopień pierwiastka traktuje się jako górny wskaźnik lewostronny.

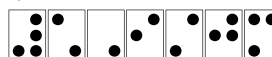
$$\sqrt[3]{8} = 2$$



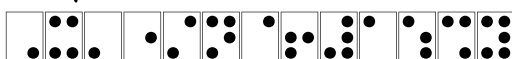
$${}_i^j m$$



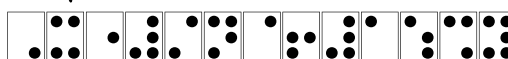
$${}_i^j m$$



$$x \cdot \sqrt[n+1]{y}$$



$$x \sqrt[n+1]{y}$$



W czarnym druku wskaźniki pisze się czasem dokładnie nad lub pod symbolem. W zapisie brajlowskim można traktować je jako wskaźniki lewostronne górne lub dolne. Ich faktyczne położenie można podać w specjalnej uwadze.

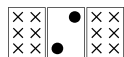
PIERWIASTKI

Prosty znak pierwiastka

Prosty znak pierwiastka stosuje się do zapisu prostych wyrażeń⁴⁴ podpierwiastkowych. Działanie prostego znaku pierwiastka kasuje pojawiająca się w dalszym tekście kreska ułamka lub inny znak pierwiastka.



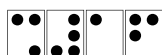
Prosty znak pierwiastka



Znak poprzedzający stopień pierwiastka wyższy od drugiego.⁴⁵

Stopień pierwiastka traktuje się jako górny wskaźnik lewostronny i podaje przed znakiem pierwiastka.

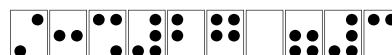
$$\sqrt{16}$$



$$\sqrt{81}=9$$



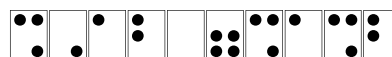
$$\sqrt[3]{27}=3$$



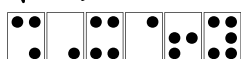
$$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7071$$



$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}$$



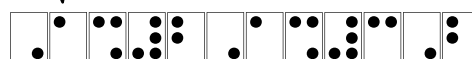
$$\sqrt{x+y}$$



$$3\sqrt{2x}$$



$$a\sqrt{2a} \sqrt{3b}$$



$$\sqrt{x+y} \sqrt{x-y}$$



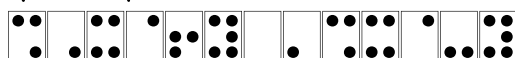
Kolejny znak pierwiastka prostego kasuje znak poprzedniego.

$$\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}$$



Znak pierwiastka został skasowany przerwą przed znakiem działania.

$$\sqrt{x+y} \cdot \sqrt{x-y}$$



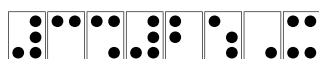
Znak pierwiastka został skasowany przerwą przed znakiem działania (znak mnożenia – kropka z odstępem).

$$\sqrt{x+y} \cdot \sqrt{x-y}$$

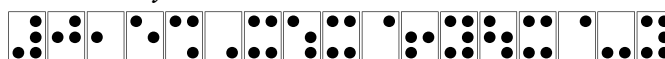


Znak pierwiastka został przerwany znakiem zakończenia poziomu.

$$3\sqrt{2} x$$



$$0,5\sqrt{x} \frac{x+y}{x-y}$$

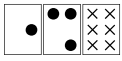


⁴⁴ Proste i złożone wyrażenia zdefiniowane zostały w rozdziale Poradnika – Wyrażenia proste i złożone.

⁴⁵ Rozdział Poradnika – Wskaźniki lewostronne.

Złożony znak pierwiastka

Złożony znak pierwiastka otrzymuje się umieszczając przed prostym znakiem pierwiastka znak odpowiedniego poziomu.

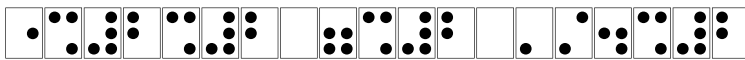


Złożony znak pierwiastka

Podany znak obowiązuje dla poziomu I-szego. Dla innych poziomów należy zastosować odpowiedni znak poziomu.

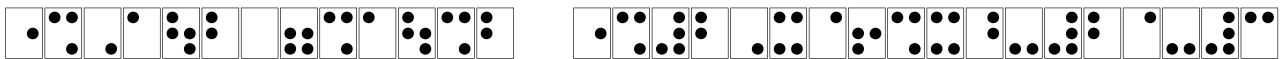
Koniec pierwiastka złożonego musi być określony zgodnie z zasadami podanymi w rozdziale Poradnika – *Znaki poziomu* (reguły C1.– 4.).

$$\sqrt{2\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2}$$



$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\sqrt{2x + \sqrt{x-2} - 3}$$

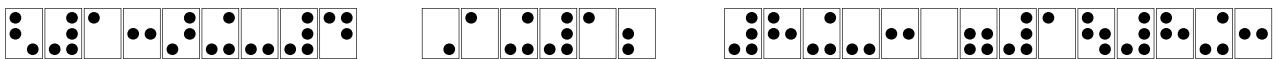


Przykłady zapisu wyrażeń z użyciem potęg, pierwiastków oraz wskaźników

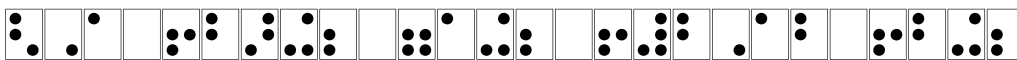
$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$$

$$a^{\frac{1}{2}}$$

$$8^{-3} = \frac{1}{8^3}$$



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



$$C^k$$

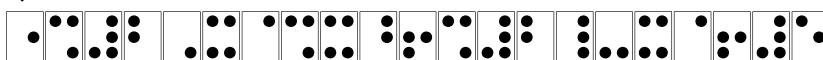
$$V_n^k$$

$$\frac{a^x}{y}$$

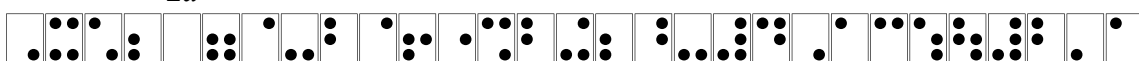
$$a^{\frac{x}{y}}$$



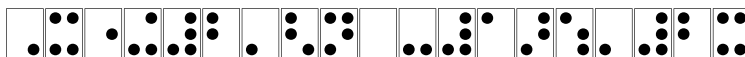
$$\sqrt{2x\sqrt{x+\sqrt{2-x}}+5}$$



$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



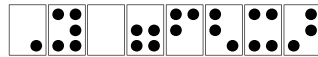
$$x^{2 \cdot (n-1)} \cdot 2x$$



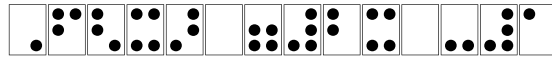
FUNKCJE

Funkcje

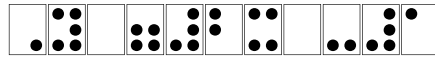
$$y = f(x)$$



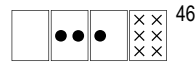
$$f(x) = 2x - 1$$



$$y = 2x - 1$$



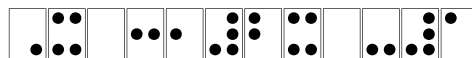
zapis z użyciem symbolu strzałki zwróconej w prawo



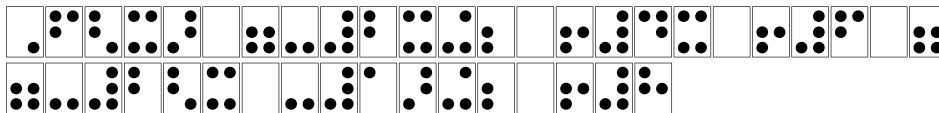
$$x \rightarrow y = 2x - 1$$



$$x \rightarrow 2x - 1$$



$$f(x) = -2x^2 + 4x + 6 = -2(x - 1)^2 + 8$$

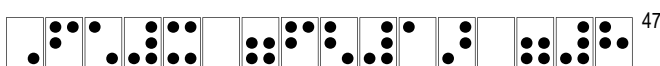


$$W = (1, 8)$$



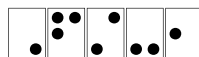
Wyrażenie obok podaje współrzędne wierzchołka funkcji $f(x)$.

$$f_{max} = f(1) = 8$$



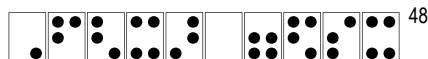
Funkcja odwrotna

$$f^{-1}$$

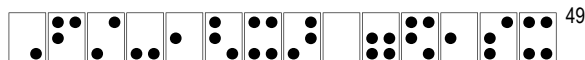


oznaczenie funkcji odwrotnej

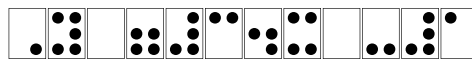
$$f(x) = \sin x$$



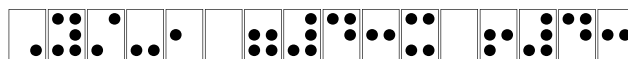
$$f^{-1}(x) = \arcsin x$$



$$y = \frac{3}{4}x - 1$$



$$y^{-1} = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$$



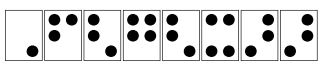
⁴⁶ Strzałka zwrócona w prawo jest jednym z symboli przedstawionych w rozdziale Poradnika – Podstawowe symbole geometryczne.

⁴⁷ Symbole \max i \min podane są w rozdziale Poradnika – Działania na zbiorach i elementach zbiorów oraz Symbole słowne, znak miana.

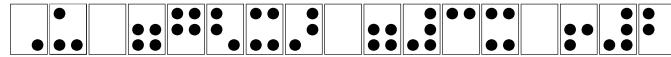
⁴⁸ Znaki funkcji trygonometrycznych podano w rozdziale Poradnika – Funkcje trygonometryczne.

⁴⁹ Jak wyżej.

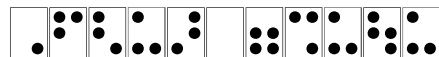
Funkcja złożona

$$f(g(x))$$


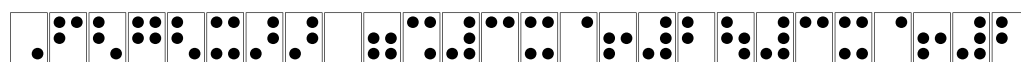
$$u = g(x) = 3x + 2$$



$$f(u) = \frac{\sqrt{u}}{u}$$



$$f(g(x)) = \frac{\sqrt{3x+2}}{3x+2}$$



Constans

$$\text{const} \quad \text{constans}$$

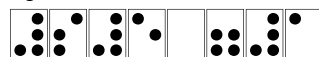
$$f(x) = \text{const}$$



Signum

$$\text{sgn} \quad \text{signum}$$


$$\text{sgn } 5 = 1$$

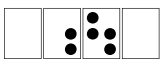


$$\text{sgn } (-27) = -1$$

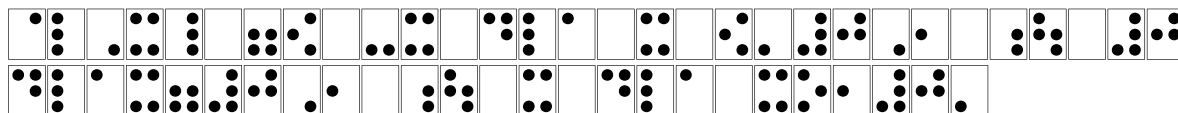


DUŻA KLAMRA ŁĄCZĄCA KILKA WIERSZY

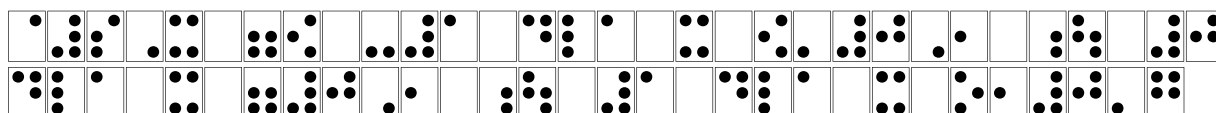
 początek wyrażeń objętych dużą klamrą

 znak nowego wiersza

$$|x| = \begin{cases} -x & \text{dla } x < 0, \\ 0 & \text{dla } x = 0, \\ x & \text{dla } x > 0. \end{cases}$$



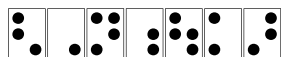
$$\text{sgn } x = \begin{cases} -1 & \text{dla } x < 0, \\ 0 & \text{dla } x = 0, \\ 1 & \text{dla } x > 0. \end{cases}$$



Znak nowego wiersza używany jest także do zapisu niektórych wyrażeń, w których zmiana wiersza występuje lokalnie. Przykładem może być symbol Newtona⁵⁰. W takim przypadku znak nowego wiersza pisze się bez odstępów.

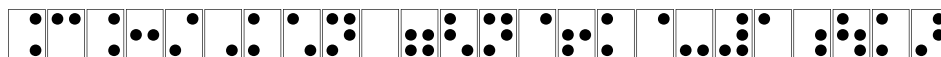
 znak nowego wiersza o działaniu lokalnym

$$\binom{n}{k}$$



Innym przykładem użycia znaku nowego wiersza może być wzór na kombinację z powtórzeniami.

$$\overline{C}_n^k = \binom{n+k-1}{k}$$



⁵⁰ Rozdział Poradnika – Rachunek prawdopodobieństwa i kombinatoryka

Należy jednak mieć na uwadze:

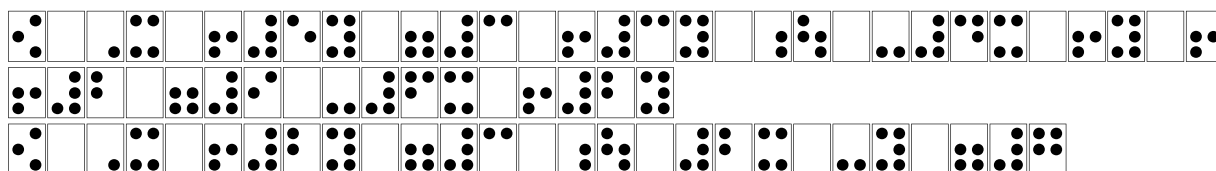
- Odczyt pisma Braille'a jest punktowy (pismo czytane palcami). Z tego względu nie wszystko co wygląda przejrzysto w czarnym druku jest równie przejrzyste dla osoby niewidomej. Wielu uczniów wybiera zdecydowanie drugi sposób zapisu.
- W drugim sposobie zapisu mimo wprowadzenia dodatkowych znaków zaoszczędzono jeden wiersz.
- Zastosowanie podziału wyrażenia w dowolnym miejscu⁵³ zaowocowałoby z pewnością zaoszczędzeniem dwóch wierszy.

Układy równań

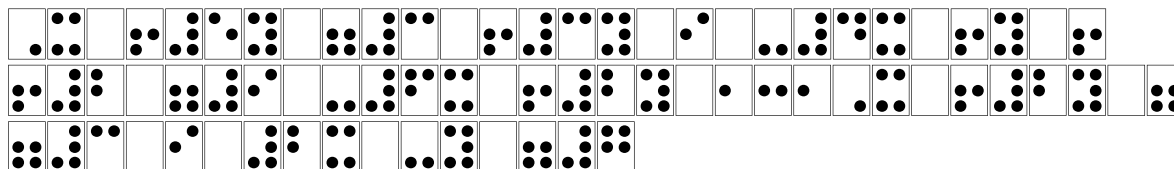
W zapisie układów równań i kolejnych kroków rozwiązania można się posłużyć znakami dużej klamry spinającej oraz zmiany wiersza⁵⁴

$$\begin{cases} x + 5y = 3 + 3y \\ -4x + y + 2 = 9 - 6x + 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$



W zapisie kolejnych kroków rozwiązania można stosować spójniki opisowe i logiczne.



Zapis czarnodrukowy kolejnych kroków z zastosowaniem opisowych spójników jest następujący:

$$\begin{aligned} x + 5y = 3 + 3y \quad \text{i} \quad -4x + y + \\ + 2 = 9 - 6x + 2y \Leftrightarrow x + 2y = \\ = 3 \quad \text{i} \quad 2x - y = 7 \end{aligned}$$

Czytelność kolejnych kroków rozwiązania dla osób widzących będzie z pewnością dyskusyjna. Wielu uczniów niewidomych wybiera jednak liniowy sposób zapisu.

⁵³ Rozdział Poradnika – Przenoszenie części wyrażeń matematycznych do następnego wiersza.

⁵⁴ Rozdział Poradnika – Duża klamra łącząca kilka wierszy.

Znaki wyznaczników i macierzy

Kreski dla wyznacznika

Moduł wyznacznika

Nawiasy dla macierzy

Dla układu równań

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

wyznacznik:

$$W = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 = -5$$

$$|W| = \left| \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \right| = |1 \cdot (-1) - 2 \cdot 2| = |-5| = 5$$

reprezentacja w postaci macierzy:

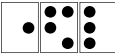
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

LOGARYTMY


oznaczenie funkcji
dla argumentów prostych⁵⁵

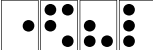
oznaczenie funkcji
dla argumentów złożonych⁵⁶

log 

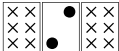


logarytm

ln 



logarytm naturalny



znak poprzedzający

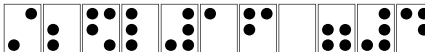
podstawę logarytmu różną od e lub 10⁵⁷

Podstawę logarytmu traktuje się jako górny
wskaźnik lewostronny i podaje przed znakiem
logarytmu.


$$\log 1000 = 3$$




$$\log_2 16 = 4$$




$$\ln e^2 = 2$$



$$\log_{\frac{1}{2}} 4 = -2$$



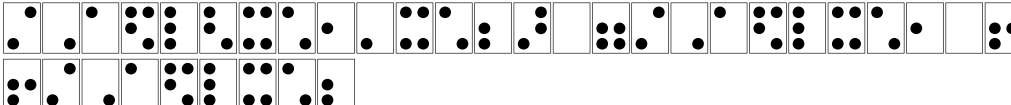
$$\frac{\ln(x+2)}{x-2}$$



$$\ln \frac{x+2}{x-2}$$



$$\log_a (x_1 \cdot x_2) = \log_a x_1 + \log_a x_2$$



$$\log_a x^m = m \cdot \log_a x$$



$$\log_x y = \frac{1}{\log_y x}$$



⁵⁵ Rozdział poradnika – Wyrażenia proste i złożone.

⁵⁶ Jak wyżej.

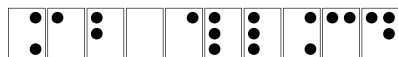
⁵⁷ Rozdział Poradnika – Wskaźniki lewostronne.

GEOMETRIA

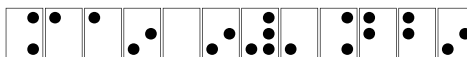
Podstawowe symbole geometryczne

⊥		prostopadłe
∠		nieprostopadłe
∥		równoległe
∦		nierównoległe
~		jest podobny
∄		nie jest podobny
≡		jest przystający
≢		nie jest przystający
∠		kąt
∟		kąt prosty
△		trójkąt
∠		trójkąt prostokątny
□		kwadrat
▭		prostokąt
○		okrag
⊙		średnica
′		prim
″		bis
		odcinek
		prosta
⤴		górný łuk
⤵		dolny łuk
→		strzałka zwrócona w prawo
←		strzałka zwrócona w lewo
↔		strzałka zwrócona w prawo i w lewo

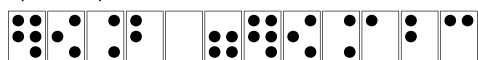
$$AB \parallel CD$$



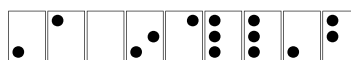
$$AA' \not\parallel BB'$$



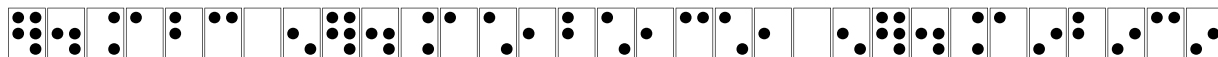
$$\sphericalangle B = \sphericalangle ABC$$



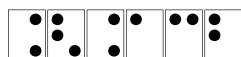
$$a \neq b$$



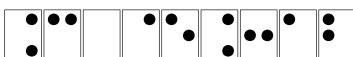
$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A'B'C'$$



$$\widehat{ACB}$$



$$C \in \overline{AB}$$



$$\overline{AC} \perp \overline{DB}$$



Oznaczenia wektorów

Do oznaczania wektorów używa się następujących znaków kluczowych:

$$\rightarrow \quad \left[\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \cdot & \cdot & \cdot & \times \times \times \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \times \times \times \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \times \times \times \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \times \times \times \\ \hline \end{array} \right] \quad \text{wektor zwrócony w prawo}$$

$$\leftarrow \quad \left[\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \cdot & \cdot & \cdot & \times \times \times \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \times \times \times \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \times \times \times \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \times \times \times \\ \hline \end{array} \right] \quad \text{wektor zwrócony w lewo}$$

Znak kluczowy strzałki wektora jest znakiem nawiasującym⁵⁸. Oznacza to, że obejmuje całe wyrażenie występujące po nim.

$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{DC}$$



Wektory \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{DC} są przeciwnie.

$$\overrightarrow{V} = \overrightarrow{v_1} + \overrightarrow{v_2}$$

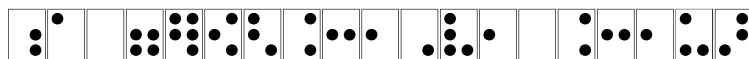


$$\text{pr. } PP_0 \parallel \overrightarrow{u}$$



Prosta przechodząca przez punkty P i P_0 równoległa do wektora \overrightarrow{u} .

$$\alpha = \sphericalangle(\overrightarrow{v}, \overrightarrow{u})$$

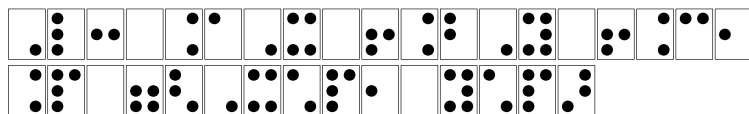


⁵⁸ Rozdział Poradnika – Znaki nawiasujące pisane nad lub pod wyrażeniem.

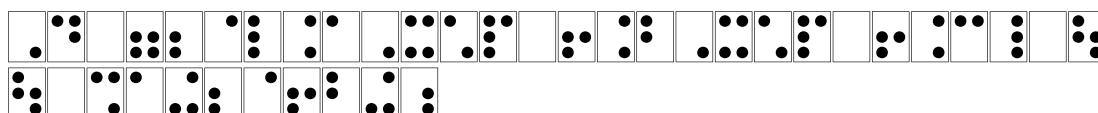
Geometria analityczna

Odległość punktu od prostej

$$l: Ax + By + C = 0, \quad P = (x_p, y_p)$$



$$d = \frac{|Ax_p + By_p + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

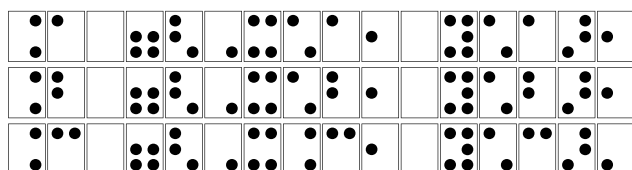


Pole trójkąta o danych wierzchołkach

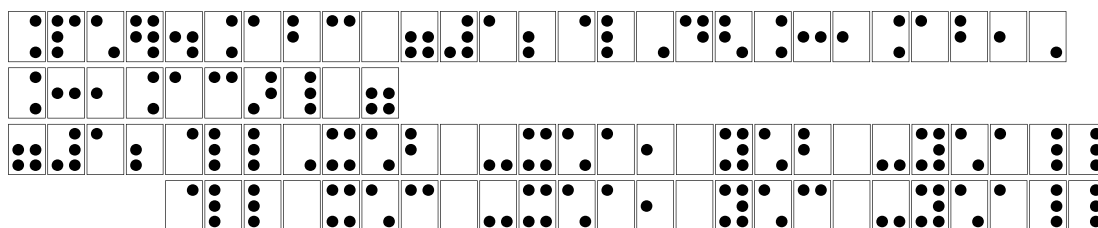
$$A = (x_a, y_a),$$

$$B = (x_b, y_b),$$

$$C = (x_c, y_c).$$



$$P_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |d(\vec{AB}, \vec{AC})| = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} x_b - x_a & y_b - y_a \\ x_c - x_a & y_c - y_a \end{vmatrix} \right|^{59}$$



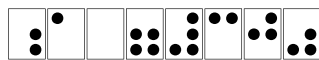
⁵⁹ Odpowiednie znaki w rozdziale Poradnika – Znaki wyznaczników i macierzy.

TRYGONOMETRIA

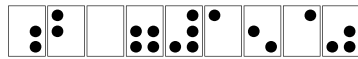
Miara stopniowa kąta

	zapis pełny	zapis skrócony	
°			znak stopnia kąтового
'			znak minuty kątovej ⁶⁰
''			znak sekundy kątovej ⁶¹

$$\alpha = 30^\circ$$

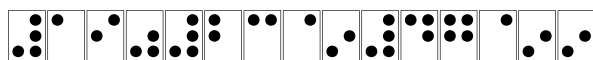


$$\beta = \frac{1}{5}^\circ$$



W wyrażeniu powyższym wyrażeniu użyto pełnego zapisu stopnia, bowiem przy pomyłkowo zastosowanym skróconym zapisie wyrażenie to zostałoby odczytane jako $\beta = \frac{1}{50}$.

$$19^\circ 23' 47''$$

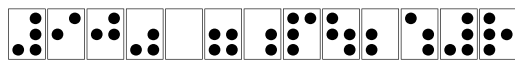


Prawie zawsze zapis minut i sekund kątowych wymaga stosowania zapisu pełnego.

Miara łukowa kąta

rad radian

$$90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

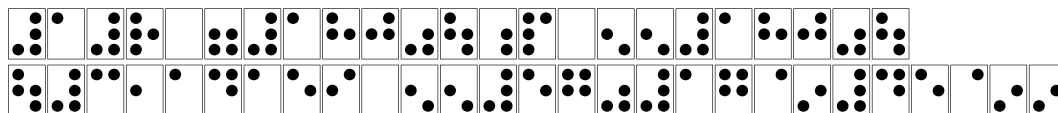


lub



We wzorach obok „dwójka” mianownika znajduje się na poziomie pierwszym, a miara kąta „rad” na poziomie podstawowym. Zachodzi więc potrzeba zastosowania znaku zakończenia poziomu lub znaku poziomu podstawowego .

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx \frac{180^\circ}{3,14159} \approx 57^\circ 17' 45''$$





⁶⁰ Ze względu na niejednoznaczności, zapis skrócony minut kątowych stosowany jest bardzo rzadko.

⁶¹ Ze względu na niejednoznaczności, zapis skrócony sekund kątowych stosowany jest bardzo rzadko.


Funkcje trygonometryczne


Oznaczenia funkcji trygonometrycznych

sin  sinus

cos  cosinus

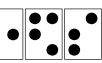
tg  tangens

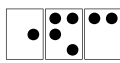
ctg  cotangens

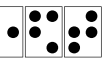
sec  secans

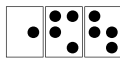
cosec  cosecans

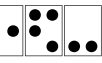
Oznaczenia funkcji trygonometrycznych o złożonych argumentach – argumentach będących iloczynami, bądź ilorazami.

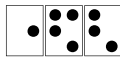
sin  sinus

cos  cosinus

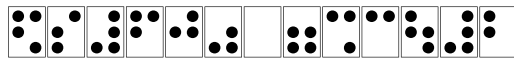
tg  tangens

ctg  cotangens

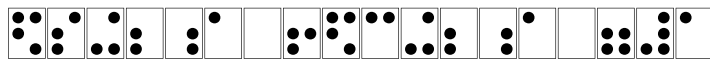
sec  secans

cosec  cosecans

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$



We wzorach, w których występują wielkości oznaczone literami greckimi odchodzi się często od ogólnej zasady stosowania znaków alfabetu

Przykłady funkcji o argumentach prostym

$$\frac{\cos \alpha}{2}$$



$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

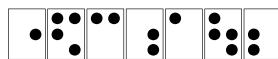


$$\operatorname{tg}\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right)$$



Przykłady funkcji o argumentach złożonym

$$\cos \frac{\alpha}{2}$$



$$\operatorname{tg} \frac{90^\circ - \alpha}{2}$$

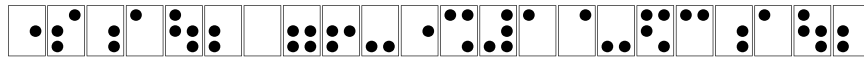


Przykłady różne

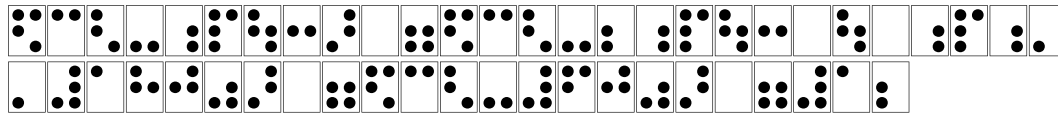
$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$



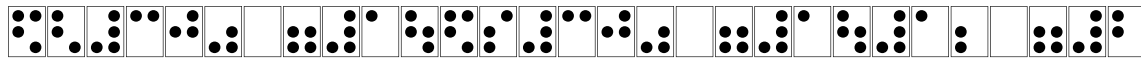
$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$



$$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{\frac{\pi}{3}}{\pi} \cdot 180^\circ\right) = \cos(-60^\circ) = \frac{1}{2}$$



$$\operatorname{cosec} 30^\circ = \frac{1}{\sin 30^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$



Odwrotne funkcje trygonometryczne

Oznaczenia odwrotnych funkcji trygonometrycznych

arcsin arcus sinus

arccos arcus cosinus

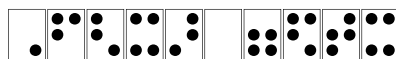
arctg arcus tangens

arcctg arcus cotangens

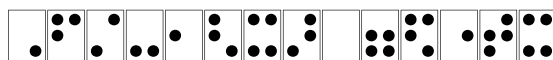
arcsec arcus secans

arccosec arcus cosecans

$$f(x) = \operatorname{tg} x$$

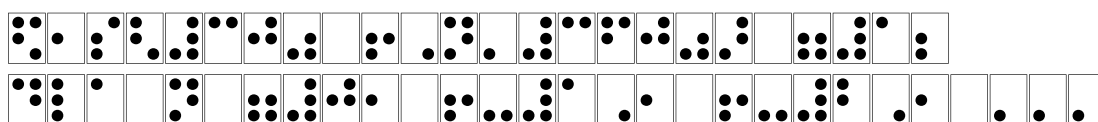


$$f^{-1}(x) = \operatorname{arctg} x$$



$$\operatorname{arc} \sin(30^\circ + n \cdot 360^\circ) = \frac{1}{2}$$

dla $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$



LOGIKA MATEMATYCZNA

Symbole logiczne

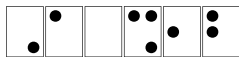
\vee		lub
\wedge		i
\Rightarrow		to
\Leftrightarrow		wtedy i tylko wtedy gdy
\sim		nie

Kwantyfikatory

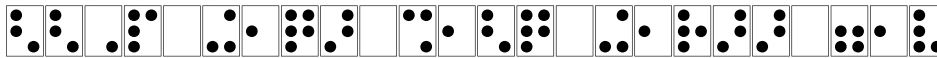
\bigvee lub \exists szczególny (istnieje takie ..., że)

\bigwedge lub \forall ogólny (dla każdego ...)

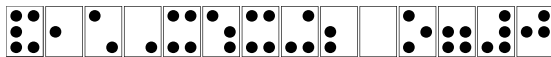
$a \vee b$



$((p \wedge q) \vee (q \wedge r)) \Rightarrow v$

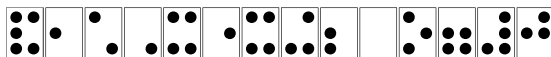


$\bigwedge_x x^2 \geq 0$



W zapisie powyższego wyrażenia zamiast znaku zakończenia poziomu , można użyć znaku poziomu podstawowego

$\bigwedge_x x^2 \geq 0$

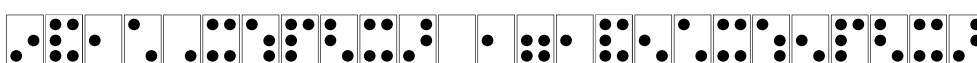


Znak zakończenia poziomu jest dla osób niewidomych bardziej czytelny od znaku poziomu podstawowego

$\bigvee_x x + 1 < 0$




$\sim \bigwedge_x p(x) \Leftrightarrow \bigvee_x \sim p(x)$



RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA I KOMBINATORYKA

Silnia

!  silnia

$$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$$



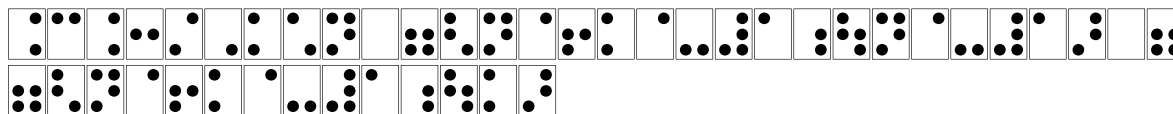
$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$



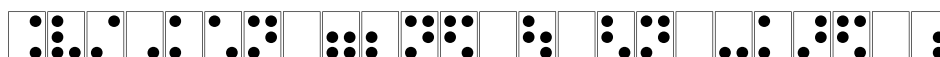
$$C_n^k = \binom{n}{k}$$



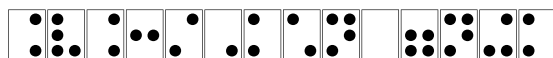
$$\overline{C}_n^k = \binom{n+k-1}{n-1} = \binom{n+k-1}{k}$$



$$V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$



$$\overline{V}_n^k = n^k$$



GRANICE

Symbole używane w zapisie granic

lim		limes
∞		symbol nieskończoności
		„dąży do”

Symbol „dąży do” jest złożeniem znaku poziomu (w tym i w większości przypadków poziomu I-szego) oraz skróconego symbolu strzałki. W przypadku konieczności użycia symbolu „dąży do” na innym poziomie, należy użyć odpowiedniego znaku poziomu.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$$

lub

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2^{-x} = 0$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4$$

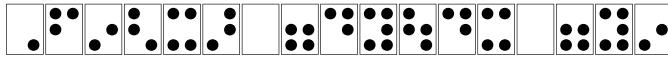
$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$


W pierwszej wersji zapisu wzoru obok przed wyrażeniem $\frac{1}{x}$ zastosowano „pusty znak”. Redukuje on poziomy zapis do podstawowego. W drugiej wersji zapisu w miejscu „pustego znaku” zastosowano w tym celu znak poziomu podstawowego. Dzięki temu uzyskano połączenie wyrażenia po lewej stronie znaku równości w pewną graficzną całość. Kolejne przykłady przedstawiono w drugiej wersji zapisu.

Symbol „dąży do” w przykładzie obok jest na II-gim poziomie. Skrócony znak strzałki poprzedzony jest znakiem II-go poziomu.

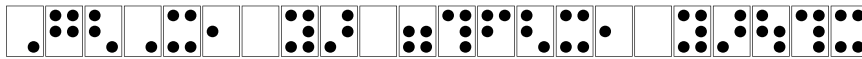
POCHODNE

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = y' \quad \text{pochodna}$$



∂  znak pochodnej cząstkowej

$$g(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x}$$

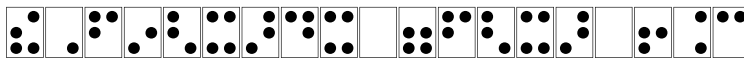


CAŁKI

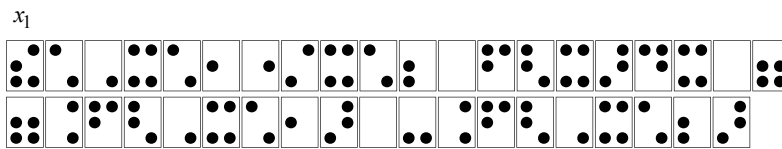
∫  znak całki

|  kreska całkowa

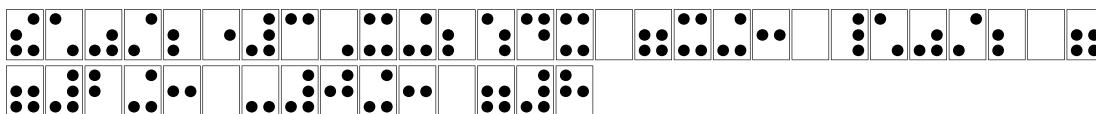
$$\int f'(x) dx = f(x) + C$$



$$\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = F(x_1) - F(x_2) \quad \text{całka oznaczona}$$



$$\int_0^2 3x^2 dx = x^3 \Big|_0^2 = 2^3 - 0^3 = 8$$



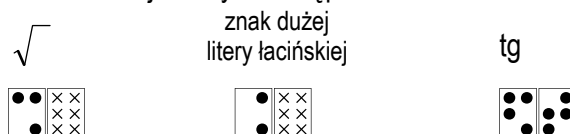
WZAJEMNE POŁOŻENIE ZNAKÓW

Przytoczone i omówione w Poradniku symbole stosowane w zapisach brajlowskich oraz przykłady różnorodnych wyrażeń wskazują na wagę precyzyjnego i zgodnego z regułami używania znaków punktowego pisma Braille'a.

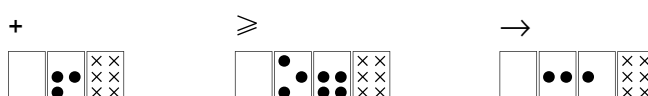
- Ten sam znak pisma Braille'a może mieć wiele znaczeń.
- Istotną rolę odgrywa położenie znaku w tekście matematycznym.
- Szczególne znaczenie odgrywa przerwa w zapisie (odstęp), określaną jako „pusty znak”.

Ze względu na sąsiedztwo „pustego znaku” względem w brajlowskim zapisie matematycznym wyróżnia się 6 grup znaków⁶². Przykładowe znaki poszczególnych grup podano poniżej:

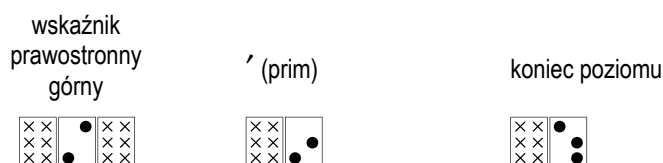
Grupa A – znaki pisane z lewej strony z odstępem lub bez.



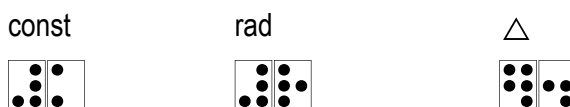
Grupa B – znaki pisane z odstępem z lewej strony



Grupa C – znaki pisane bez odstępu z lewej strony



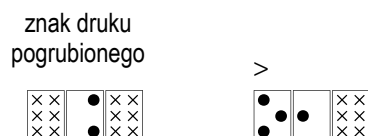
Grupa A' – znaki pisane prawej strony z odstępem lub bez.



Grupa B' – znaki pisane z odstępem z prawej strony



Grupa C' – znaki pisane bez odstępu z prawej strony



⁶² Rozdział Poradnika – *Następstwo znaków*.

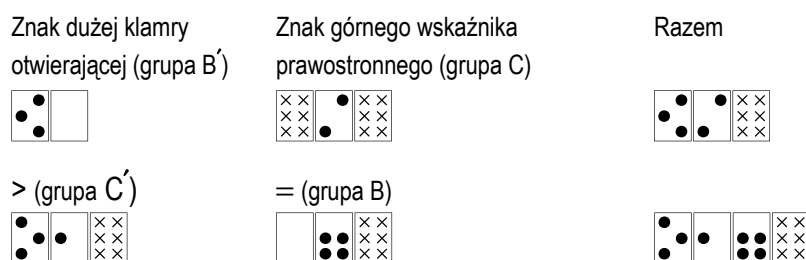
Bezpośrednie sąsiedztwo znaków niektórych grup wyklucza spełnienie wyżej podanych warunków poprawnego zapisu. Przykładem mogą być znaki z grupy C występujące bezpośrednio po znakach grupy B*. Jedno z poleceń nakazuje zachowanie odstępu między dwoma znakami, a drugie wyklucza „pusty znak”. Przyjęte w notacji matematycznej definicje symboli minimalizują ilość takich przypadków. Trudno jednak wykluczyć je całkowicie. W celu rozwiązania takich sytuacji nadano poszczególnym definicjom różną moc obowiązującą.

- Absolutnie obowiązujące są określenia z grup C i C'.
- Następne pod względem ważności są definicje grupy B i B'.
- Miejsce ostatnie zajmują grupy A i A'.

W sytuacjach konfliktowych należy stosować poniższe reguły mówiące o następowaniu po sobie znaków matematycznych:

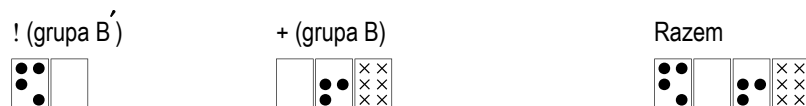
1. Dwa kolejne znaki pisze się **bezpośrednio po sobie** w dwóch przypadkach:

- jeżeli pierwszy z nich jest z grupy C', a drugi dowolny lub
- pierwszy jest dowolny, a drugi z grupy C.



2. Między dwoma kolejnymi znakami musi być pozostawiony „pusty znak”, gdy

- pierwszy z nich jest z grupy B', a drugi z B lub A, albo
- drugi jest z grupy B, a pierwszy z B' lub A'.



3. Jeżeli pierwszy znak będzie z grupy A', a drugi z A lub na odwrót, to można pozostawić między nimi pustą kratkę lub nie, zależnie od tego, co jest wygodniejsze w czytaniu.

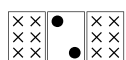
BRAJLOWSKA NOTACJA FIZYCZNA – UWAGI

Nauki fizyczne w przedstawianiu swych treści i analizach posługują się narzędziami matematyki. Stąd zapisy fizyczne w większości przypadków w swej istocie niczym nie różnią się od zapisów matematycznych. W zależnościach fizycznych spotyka się jednakże nieco inne oznaczenia, a symbole wielkości fizycznych opatrzone są niejednokrotnie złożonymi wskaźnikami. Istotną rolę odgrywają także jednostki wielkości fizycznych i ich przekształcenia. W poniższych rozdziałach w sposób poszerzony zostaną omówione zagadnienia występujące w zapisach fizycznych. Treści te stanowią jednakże integralną całość z zapisami matematycznymi. Zakłada się, że Czytelnik zapoznał się z treścią rozdziałów Poradnika poświęconych zapisom matematycznym.

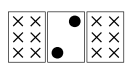
WSKAŹNIKI I „ZNACZKI” WE WZORACH FIZYCZNYCH⁶³

Zastosowanie wskaźników i „znaczków” w symbolach wielkości fizycznych jest bardzo szerokie. W wielu przypadkach stanowią one nierozłączną część symbolu, w innych pozwalają precyzyjnie określić stan lub przebieg procesu. Podkreślają wzajemne związki pomiędzy wielkościami, nieraz wskazują na pewne korelacje, przeciwieństwa, różnice. Zastosowanie wskaźników i „znaczków” w zapisach z pewnością czyni je bardziej uporządkowanymi, przejrzystymi, a przez to bardziej zrozumiałymi. Z tych względów w niniejszej części Poradnika przedstawione i omówione zostaną wybrane zależności z różnych działów fizyki, w których wykorzystane dodatkowe oznaczenia w postaci wskaźników i „znaczków”.

W większości przypadków w symbolach wielkości fizycznych wykorzystuje się wskaźniki prawostronne.⁶⁴

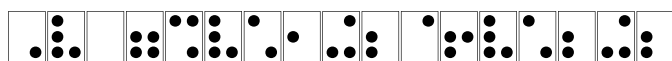


- dolny wskaźnik prawostronny



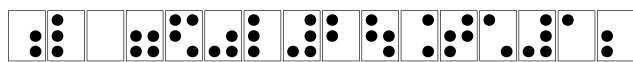
- górny wskaźnik prawostronny

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

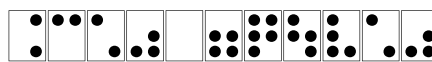


Wskaźniki precyzują oznaczenie wielkości fizycznej i podkreślają związki pomiędzy wielkościami.

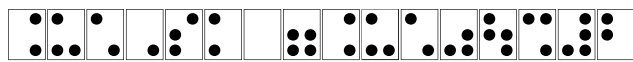
$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$



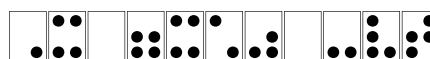
$$C_0 = \frac{Q}{V_0}$$



$$U_{sk} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$



$$x = x_0 - vt$$



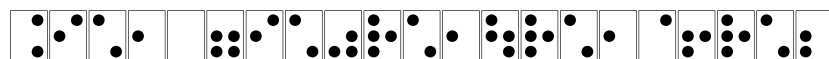
$$\frac{s_1}{s_2} = \left(\frac{t_1}{t_2} \right)^2$$



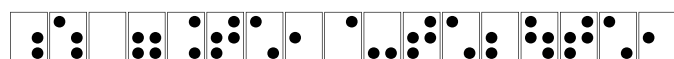
⁶³ Definicje znaków kluczowych wskaźników prawostronnych, lewostronnych, „znaczków”, szczegółowe zasady ich pisowni oraz odpowiednie tablice zamieszczono w rozdziale Poradnika – *Potęgi i wskaźniki*.

⁶⁴ Rozdział Poradnika – *Proste znaki kluczy dla wykładników potęgi i wskaźników prawostronnych*.

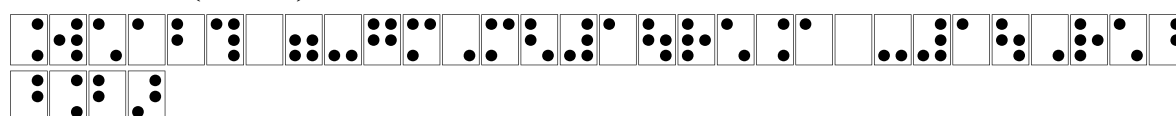
$$I_1 = \frac{I_0 R_1}{R_1 + R_2}$$



$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

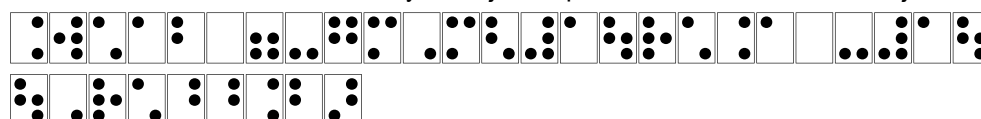


$$W_{AB} = -GMm \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$



Pierwszy wiersz powyższego wzoru w zapisie brajlowskim złamano po znaku kluczowym wskaźnika „B”. Wskaźnik ten znajduje się na II-gim poziomie. Zgodnie z zasadami brajlowskiej notacji matematycznej, w takim przypadku na końcu wiersza należy umieścić znak II-go poziomu, który dla lepszej czytelności zapisu powtarza się na początku wiersza następnego.⁶⁵

Wiersz można złamać także w innym miejscu, np. na znaku kreski ułamkowej.



W niektórych oznaczeniach wielkości fizycznych stosuje się tzw. „znaczkę”.⁶⁶ Poniżej podano listę najczęściej używanych „znaczków” w zapisach fizycznych.

,		prim	*		gwiazdka
''		bis	.		kropka
+		plus	^		daszek
-		minus	~		falka
—		kreska			

Znaczkę pisze się po symbolu, do którego się odnoszą. Przypisuje się im ten sam poziom, jaki ma symbol zasadniczy. Położenie znaczka względem symbolu zasadniczego określa odpowiedni znak klucza między nim, a symbolem.

Znaki kluczy stosowanych do znaczków są następujące:

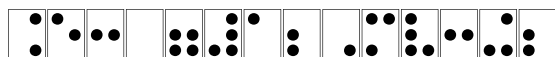
	znaczek górny
	znaczek dolny

Znak kluczowy znaczka dolnego obowiązuje zawsze. Znak znaczka górnego, jeśli zapis jest jednoznaczny, można opuścić.

⁶⁵ Rozdział Poradnika – Przenoszenie części wyrażeń matematycznych do następnego wiersza.

⁶⁶ Rozdział Poradnika – Tak zwane „znaczkę”.

$$\bar{E} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2$$



Wartości średnie wiele podręczników oznacza „znaczkami” kreski nad symbolem.

\tilde{v}



π^*




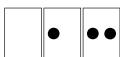
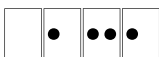
„Znaczki” mogą stanowić integralną część symbolu.

Symbole strzałek w zapisach fizycznych

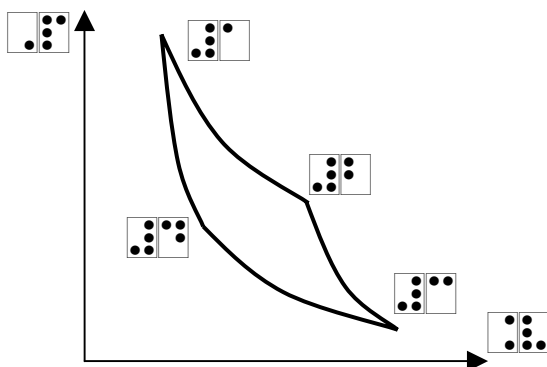
Zwykłe strzałki ⁶⁷

Strzałki mogą być wykorzystywane w opisach, do wskazania kierunku zachodzących przemian, jako jeden z wyrazów wskaźnika itp.

Znaki kluczowe takich strzałek są następujące:

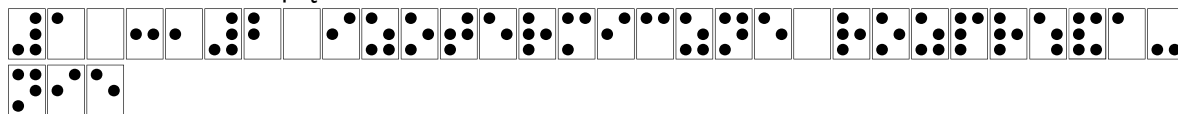
-  strzałka zwrócona w prawo
- ←  strzałka zwrócona w lewo
- ↔  strzałka zwrócona prawo i w lewo

Wykorzystanie symbolu zwykłej strzałki przedstawiono poniżej w opisie cyklu Carnota.

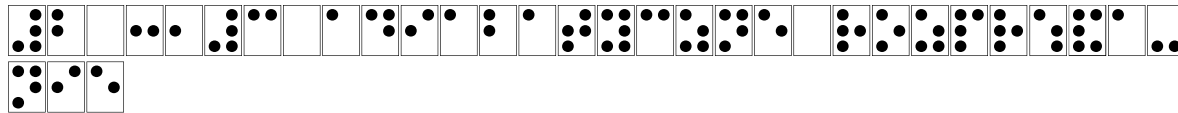


Wykres taki można wykonać na papierze pęczniącym lub przy pomocy urządzenia Brailon na arkuszu z tworzywa termoplastycznego.

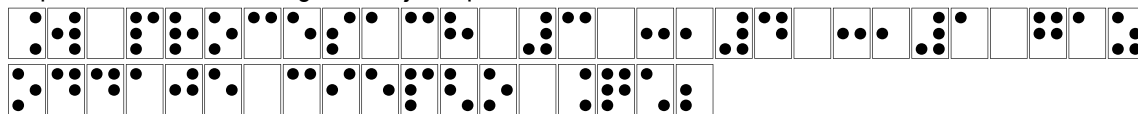
1→2 izotermiczne rozprężanie



2→3 adiabaticzne rozprężanie



W procesach 3→4→1 gaz oddaje ciepło Q₂




⁶⁷ Rozdział Poradnika -Podstawowe symbole geometryczne.

Znak zwykłej strzałki może być także wykorzystany jako jeden z wyrazów w symbolu wskaźnika. W przypadku wskaźników składających się z kilku wyrazów, ostatni wyraz oznacza się znakiem kluczowym haczyka.⁶⁸



$$W_{2 \rightarrow 3} = -W_{4 \rightarrow 1}$$



Znak I-go poziomu  we wskaźniku podkreśla ciągłość wskaźnika. Jego użycie w tym przypadku jest konieczne.

Powyższe wyrażenie zapisane pomyłkowo bez tego znaku:



według zasad zapisu brajlowskiej notacji zostałoby bowiem jednoznacznie odczytane jako:

$$W_2 \rightarrow 3\acute{N} = -W_4 \rightarrow 1\acute{N}$$

Istotnym błędem byłoby także pominięcie przerwy występującej w definicyjnym określeniu symbolu zwykłej strzałki.



Siedem początkowych znaków to $W_{2/31}$, kolejne znaki to $3\acute{N}$. Po znaku równości mamy odpowiednio $W_{4/31}$, a kolejne znaki to $1\acute{N}$.

Strzałki w oznaczeniach wielkości wektorowych.

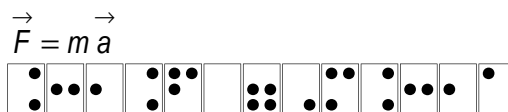
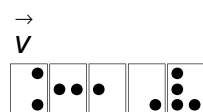
Do oznaczania wielkości wektorowych używa się następujących znaków kluczowych⁶⁹



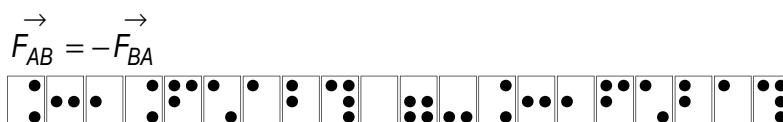
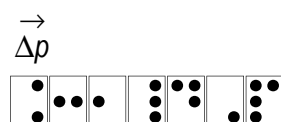
wektor zwrócony w prawo



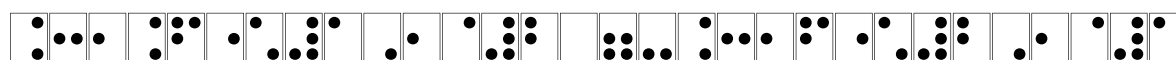
wektor zwrócony w lewo



Znak kluczowy strzałki wektora pisany przed symbolem wielkości jest znakiem nawiasującym.⁷⁰ Oznacza to, że obejmuje całe wyrażenie występujące po nim.



$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$$

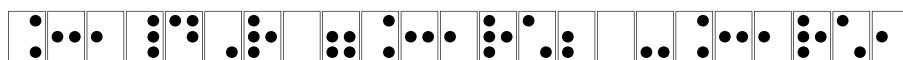


⁶⁸ Rozdział Poradnika – *Wskaźniki wielowyrazowe.*

⁶⁹ Rozdział Poradnika – *Oznaczenia wektorów.*

⁷⁰ Rozdział Poradnika – *Znaki nawiasujące pisane nad lub pod wyrażeniem.*

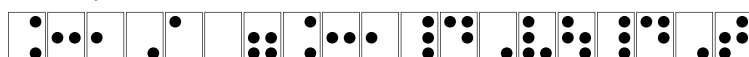
$$\vec{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$



$$|\vec{r}_2| = x_2$$



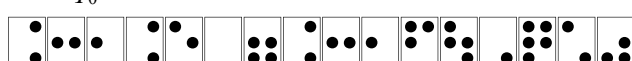
$$\vec{a} = \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t}$$



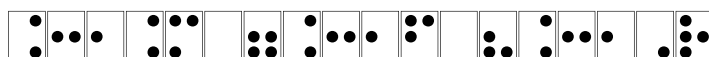
$$\vec{\Delta p}_1 = m_1 \vec{\Delta v}$$



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$



$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}$$



W zapisie iloczynu wektorowego dwóch wektorów używa się znaku mnożenia – krzyżyka.

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$



W zapisie iloczynu skalarnego dwóch wektorów używa się znaku mnożenia – kropki.

Strzałki pod wyrażeniem

Strzałki używane jako znaki pisane nad lub pod wyrażeniem.⁷¹

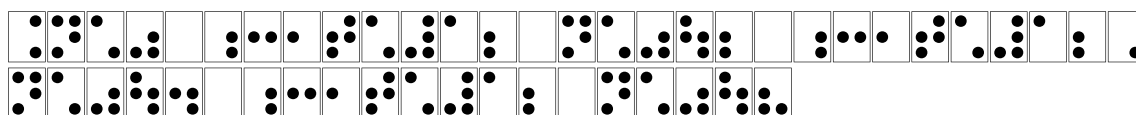



strzałka w prawo pisana pod wyrażeniem



strzałka w lewo pisana pod wyrażeniem

$$N_0 \xrightarrow{T_{1/2}} \frac{N_0}{2} \xrightarrow{T_{1/2}} \frac{N_0}{4} \xrightarrow{T_{1/2}} \frac{N_0}{8}$$



Pierwszy wiersz wyrażenia został złamany w miejscu „pustego znaku”. W takim przypadku na końcu wiersza należy umieścić 6-ty punkt .⁷²

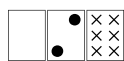
⁷¹ Symbole strzałek używane także we wzorach chemicznych; rozdział Poradnika – *Symbole strzałek w zapisach chemicznych.*

⁷² Rozdział Poradnika – *Przenoszenie części wyrażeń matematycznych do następnego wiersza.*

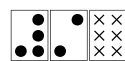
Wskaźniki lewostronne w zapisach fizycznych

W niektórych wyrażeniach fizycznych zachodzi potrzeba wykorzystania wskaźników lewostronnych.⁷³

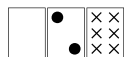
zapis skrócony



zapis pełny

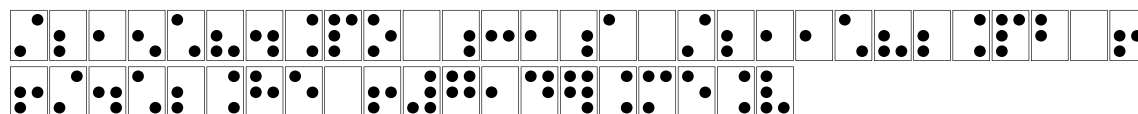
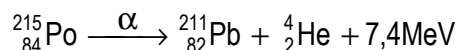


- górny wskaźnik lewostronny



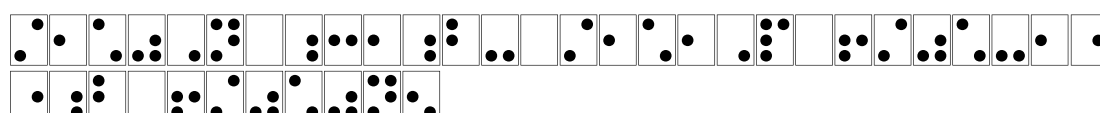
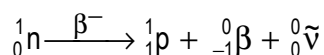
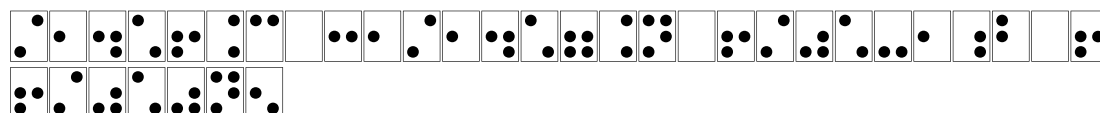
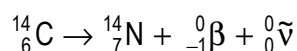
- górny wskaźnik lewostronny

W zapisach na ogół wystarcza zapis skrócony. Pełny zapis wskaźników lewostronnych należy stosować w przypadkach konieczności uniknięcia niejednoznaczności zapisu.



W zapisie powyższej reakcji zastosowano znak kluczowy symbolu pierwiastka chemicznego $\square^{\cdot 74}$. Symbol pierwiastka chemicznego stanowi całość i nie należy go traktować jak wyrażenie algebraiczne. Przed drugą literą w dwuliterowych symbolach pierwiastków nie stosuje się znaku małej litery łacińskiej.

Symbol słowny jednostki poprzedzono znakiem miana $\square^{\cdot 75}$. W zapisie jednostek obowiązują również inne reguły stosowania znaków alfabetu. W granicach symbolu każdy znak dużej litery odnosi się tylko do tej litery przed którą stoi.⁷⁶



Pierwszy wiersz wyrażenia został złamany przed symbolem cząstki β , który rozpoczyna drugi wiersz. Symbol ten znajduje się na podstawowym poziomie, dlatego na końcu wiersza pierwszego umieszczono znak

poziomu podstawowego $\square^{\cdot 77}$.

⁷³ Rozdział Poradnika – Wskaźniki lewostronne.

⁷⁴ Rozdział Poradnika – Symbole pierwiastków.

⁷⁵ Rozdział Poradnika – Jednostki i działania na jednostkach.

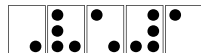
⁷⁶ Rozdział Poradnika – Symbole słowne, znak miana (reguła 2).

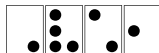
⁷⁷ Rozdział Poradnika – Przenoszenie części wyrażen matematycznych do następnego wiersza.

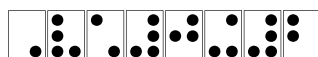
PRZYKŁADY ZAPISU RÓŻNYCH WZORÓW FIZYCZNYCH

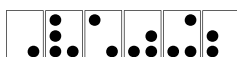
Wybrane zagadnienia transkrypcji brajlowskiej.

Transkrypcja brajlowska dopuszcza pewną dowolność w zapisach. W miarę możliwości należy jednak stosować takie zapisy, które są najkrótsze. Poniżej podano przykłady różnych poprawnych zapisów tych samych wyrażeń czarnodrukowych. W ramkach podano tytuły rozdziałów Poradnika, w których szczegółowo omówiono zagadnienia stosowania odpowiednich skrótów.


$$v_1$$



$$v_1$$


$$v_0^2$$



$$v_0^2$$



Rozdział – *Proste znaki kluczy dla wykładników potęgi i wskaźników prawostronnych* (reguła 1).

$$\frac{R}{2}$$



$$\frac{R}{2}$$



Rozdział – *Skrócony zapis ułamków* (reguła 2).

$$\frac{m \bar{v}^2}{2}$$


$$\frac{m \bar{v}^2}{2}$$



Rozdział – *Tak zwane „znaczkę”*.

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1}$$


$$\frac{T_1 - T_2}{T_1}$$


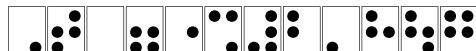
Rozdział – *Skrócony zapis ułamków* (reguła 4).

Niektóre wzory można zapisać przy pomocy prostych znaków kluczy.

$$v_k = \sqrt{2gh}$$


Rozdział – *Prosty znak pierwiastka*.

Podobny wzór wymaga już jednak zastosowania złożonego znaku klucza.

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$


Rozdział – *Złożony znak pierwiastka*.

Złożone wzory wymagają bardziej szczegółowego wyjaśnienia.

$$t = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gh} - v_0}{g}$$

Powyższe wyrażenie w zapisie zwykłym z użyciem znaków początku i końca ułamka będzie miało następującą postać.⁷⁸



W zapisie zwykłym licznik ułamka zawarty jest pomiędzy znakiem początku ułamka, a znakiem kreski ułamkowej. Nie podkreśla się ciągłości licznika i mianownika znakami poziomym, a znaki działań pomiędzy poszczególnymi wyrazami licznika i mianownika poprzedzają „puste znaki”.

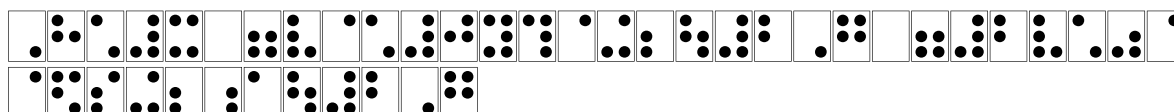
Znak pierwiastka zatem znajduje się na podstawowym poziomie. Złożony znak klucza pierwiastka poprzedzony jest zatem znakiem poziomu podstawowego \square . Symbol prędkości v znajduje na I-szym poziomie (znak pierwiastka zmienia poziom), a wskaźnik 0 oraz wykładnik potęgi 2 są na poziomie II-gim (zmiana poziomu przez znaki kluczowe potęgi i wskaźnika). Działanie dodawania w wyrażeniu podpierwiastkowym odbywa się na I-szym poziomie, co zaznaczono znakiem I-go poziomu \square przed znakiem dodawania. Działanie znaku pierwiastka przerywa znak zakończenia poziomu \square (w tym przypadku I-szego).

Zapis skrócony powyższego wyrażenia będzie miał następującą postać:



W zapisie skróconym poziom licznika i jednocześnie mianownika zmienia kreska ułamkowa⁷⁹. Znak pierwiastka znajduje się teraz na I-szym poziomie. Dodawanie wyrażeń pod pierwiastkiem odbywa się na II-gim poziomie, co podkreśla znak II-go poziomu \square występujący przed znakiem dodawania. Znak I-go poziomu przed znakiem odejmowania spełnia dwie funkcje: przerywa działanie pierwiastka oraz podkreśla ciągłość licznika. Znak kreski ułamkowej przerywa działanie prostych znaków kluczy (potęgę, pierwiastków, wskaźników). W tym przypadku znaku wskaźnika dolnego.

$$h_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{2v_0 \sin^2 \alpha}{2g}$$



W powyższym zapisie brajlowskim:

- wykorzystano skrót symbolu słownego max - \square ⁸⁰.
- znak haczyka \square kończy dwuwyzrazowy wskaźnik,
- kreska ułamkowa przerywa II-gi poziom prostego klucza wykładnika potęgi,⁸¹

⁷⁸ Rozdział Poradnika – Zwykły zapis ułamków.

⁷⁹ Rozdział Poradnika – Znaki poziomu (reguła 3a).

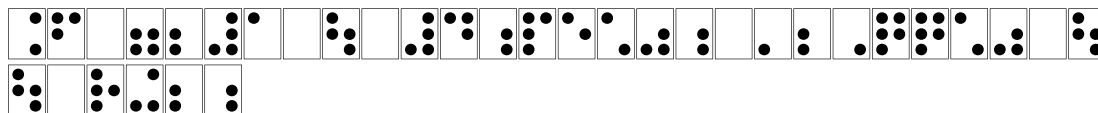
⁸⁰ Rozdział Poradnika – Inne symbole używane w opisie działań na zbiorach.

⁸¹ Rozdział Poradnika – Proste znaki kluczy dla wykładników potęgi i wskaźników prawostronnych, reguła 2.

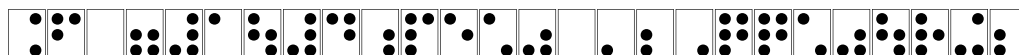
Użycie znaku mnożenia pomiędzy dwoma ułamiłkami wyjaśnia następujący przykład:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q q_0}{r^2}$$

zapis zwykły



zapis skrócony



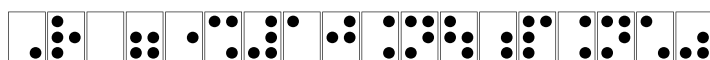
W przypadku zapisu skróconego iloczynu ułamiłków obowiązujące jest użycie znaku mnożenia z odstępem [] . „Pusty znak” sygnalizuje koniec ułamiłka, sprawia, że znak mnożenia znajduje się na poziomie podstawowym, na którym znajdują się także kreski ułamiłkowe.

Przykłady wyrażeń z wykorzystaniem złożonych znaków kluczy

Poniżej podano przykłady wzorów, które w transkrypcji brajlowskiej wymagają użycia złożonych kluczy.

Złożone znaki kluczy poprzedzone są zawsze znakiem poziomym, a koniec ich działania musi być określony zgodnie z zasadami podanymi w rozdziale Poradnika – *Znaki poziomu (reguły 5a – 5d)*.

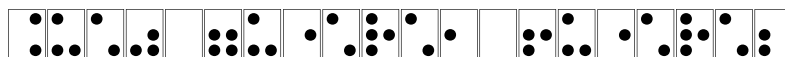
$$r = \sqrt{\frac{10N}{\pi N_0}}$$



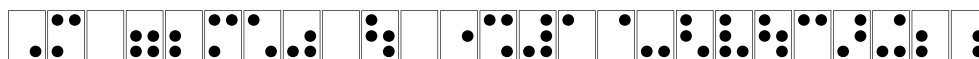
$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}}$$



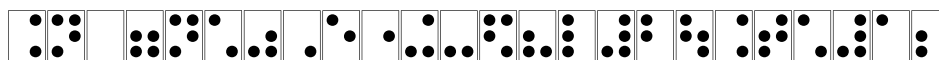
$$U_0 = U_{R_1} + U_{R_2}$$



$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$



$$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}}$$



JEDNOSTKI I DZIAŁANIA NA JEDNOSTKACH


Symbole słowne, znak miana

W zapisach jednostek używa się znaku klucza dla symboli słownych, w przypadku jednostek nazywanego znakiem miana.



- znak kluczowy symboli słownych, znak miana

W stosowaniu znaku miana obowiązują następujące zasady:

1. Symbole słowne poprzedzone znakiem klucza  są wzięte z czarnego druku bez żadnej zmiany i nic nie należy w nich zmieniać.

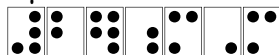
Pełna nazwa	Symbol słowny	Zapis brajlowski	Dodatkowe skróty często używanych symboli
signum	sign		
maximum	max		
limes	lim		
constans	const		
radian	rad		
godzina	h		
hektar	ha		
metr	m		
kandela	cd		
amper	A		

2. Użyty wewnątrz symbolu znak alfabetu obowiązuje aż do końca tego symbolu, bądź też do następnego znaku alfabetu. W granicach symbolu każdy znak dużej litery odnosi się tylko do tej litery przed którą stoi. Gdy symbol słowny zaczyna się małą literą łącińską, wtedy znak alfabetu pomijamy, tzn. że w takim przypadku nie pisze się żadnego znaku alfabetu.

5 kg



2 μ m



2Ah



3kWh

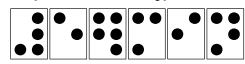


Zasady podane w regule 2 dla symboli słownych są różnią się od zasad stosowania znaków alfabetu w wyrażeniach algebraicznych (Rozdział Poradnika – *Znaki alfabetu*).

3. Symbol słowny wraz ze znakiem klucza rozpatrywany jako całość jest typu A-B'⁸². Oznacza to, że przed nim można zostawić pustą kratkę lub nie, natomiast po nim musi być pozostawiony odstęp.

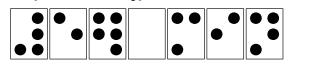
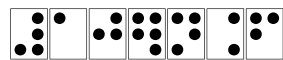
zapis bez odstępu

5 min




zapis z odstępem

10 nF



Częściej stosowany jest zapis bez odstępu

⁸² Rozdział Poradnika – *Następstwo znaków, Wzajemne położenie znaków*.

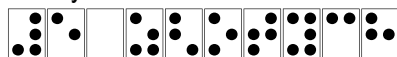
Bardzo często miana jednostek fizycznych są złożone z kilku symboli słownych. W takim przypadku zamiast pisać znak klucza przed każdym symbolem wystarczy napisać podwójny znak klucza  przed całym mianem. Wewnątrz w ten sposób napisanej miana nie trzeba robić odstępów.

$J = N \cdot m$



4. Znak miana nie używa się przy nazwach i skrótach walut. Nazwę waluty lub jej skrót należy od liczby oddzielić przerwą.

5 złotych



5 zł



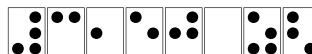
5 PLN



3zł 50gr



3,50 zł



5. Znakiem miana nie są poprzedzane również jednostki pisane w pełnym brzmieniu.

cztery sekundy



3 kilogramy



1 godzina 30 minut



2 wolty



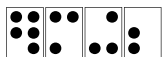
Jednostki podstawowe i uzupełniające układu SI

Wielkość	Nazwa jednostki	Symbol	Zapis brajlowski
długość	metr	m	
czas	sekunda	s	
masa	kilogram	kg	
natężenie prądu	amper	A	
temperatura	kelwin	K	
światłość	kandela	cd	
kąt płaski	radian	rad	 lub 
kąt bryłowy	steradian	sr	

Jednostki główne – przykłady

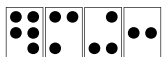
pole powierzchni

$$m^2$$



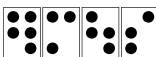
objętość

$$m^3$$



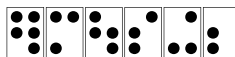
prędkość

$$\frac{m}{s}$$



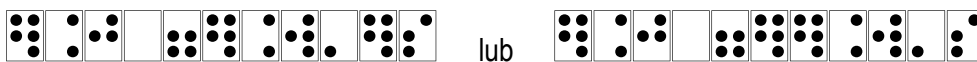
przyspieszenie

$$\frac{m}{s^2}$$



praca


$$J = W \cdot s$$



siła

$$N = kg \cdot \frac{m}{s^2} = \frac{kgm}{s^2}$$



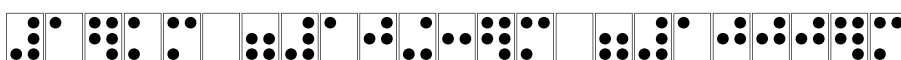
Podwójny znak miana  można stosować w wyrażeniach, w których występują działania na

lub

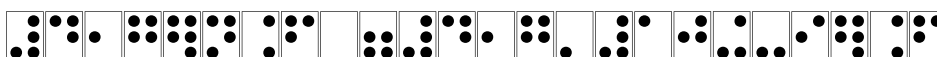


Jednostki krotne

$$1km = 10^3m = 1000m$$




$$4,7nF = 4,7 \cdot 10^{-9}F$$




$$540nm = 0,54\mu m$$



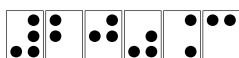
Jednostki temperatury

Jednostką podstawową temperatury w układzie SI jest *kelwin* [K] – . Bardzo często używa się jednak tradycyjnej jednostki *stopień Celsjusza* [°C]. W zapisie brajlowskim symbol tej jednostki nawiązuje do oznaczenia stopnia kąowego [°]⁸³ i jest następujący:

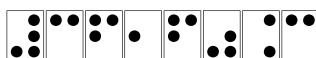
°C  stopień Celsjusza

W brajlowskiej transkrypcji symbolu °C nie stosuje się znaku miana.

$$20^\circ C$$



$$36,6^\circ C$$



$$2\frac{2}{5}^\circ C$$



⁸³ Rozdział Poradnika – *Miara stopniowa kąta*.

Jednostki we wzorach i wyrażeniach fizycznych

Przykład

Oblicz jaką pojemność ma kondensator płaski, którego okładki mają postać kwadratu o boku $a = 10 \text{ cm}$, jeżeli odległość pomiędzy nimi $d = 0,2 \text{ mm}$.

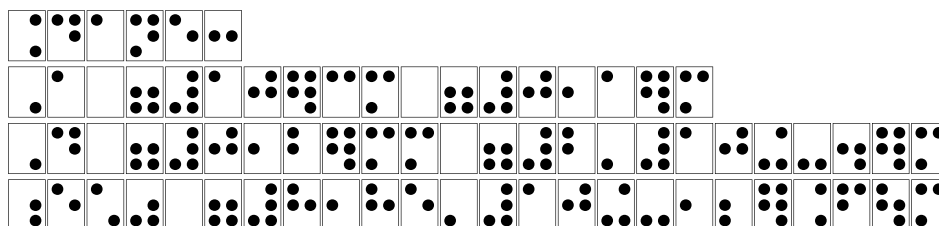
Dane:

$$a = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

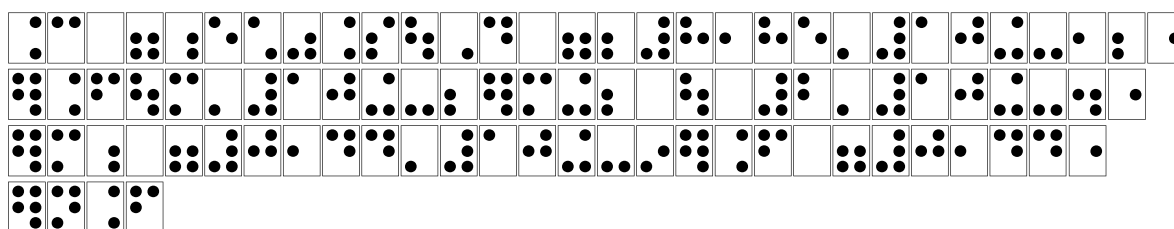
$$d = 0,2 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$$

Transkrypcja brajlowska wypisanych danych i ciąg dalszy rozwiązania będą następujące.



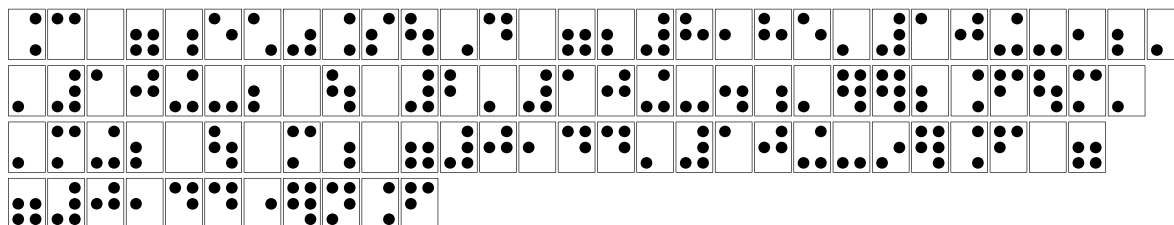
$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot 10^{-2} \text{ m}^2}{2 \cdot 10^{-4} \text{ m}} = 0,44 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 0,44 \text{ nF}$$



Trzy kolejne wiersze w powyższym zapisie brajlowskim zostały złamane w miejscu występowania podstawowego poziomu, co sygnalizuje znak $\square \cdot$ ⁸⁴

W zapisie brajlowskim można rozdzielić działania na liczbach od działań na jednostkach. Zapis taki wydaje się być czytelniejszy dla niewidomych.

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-4}} \cdot \frac{\text{F} \cdot \text{m}^2}{\text{m}} = 0,44 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 0,44 \text{ nF}$$



⁸⁴ Rozdział Poradnika – Przenoszenie części wyrażen matematycznych do następnego wiersza.

BRAJLOWSKA NOTACJA CHEMICZNA – UWAGI

Brajłowska notacja chemiczna nawiązuje do notacji matematycznej. Symbole i wzory chemiczne, a także zapisy reakcji w swej istocie wyrażają jednak zupełnie inne treści od wyrażeń matematycznych. Dwuliterowe symbole pierwiastków stanowią całość i na pewno nie można ich traktować jako wyrażenia matematyczne. Zapis reakcji chemicznych jest odwzorowaniem procesów, które trudno porównywać z przekształceniami zależności matematycznych. W związku z tym w zapisach chemicznych można mówić jedynie o pewnym podobieństwie z zapisem matematycznym. Stosowane w notacji chemicznej znaki kluczowe oraz obowiązujące reguły zapisu są w kolejnych rozdziałach Poradnika precyzyjnie określone i zdefiniowane.






PODSTAWOWE SYMBOLE I ZNAKI STOSOWANE W CHEMII

Symbole pierwiastków

Symbol pierwiastka poprzedzony jest *znakiem kluczowym pierwiastka*:

 - znak kluczowy pierwiastka⁸⁵



H Cl Fe S Mn


    

Wzory cząsteczek


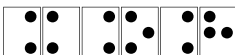
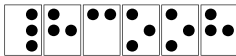

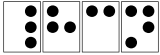
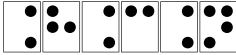
We wzorach cząsteczek symbol każdego pierwiastka poprzedzony jest *znakiem kluczowym pierwiastka*.

HCl CaO MgS CuO

Jeżeli wszystkie symbole pierwiastków w cząsteczce związku chemicznego są jednoliterowe, wzór cząsteczki można zapisać w sposób skrócony z pominięciem znaków kluczowych pierwiastków. Wzór cząsteczki należy jednak poprzedzić znakiem kluczowym ⁸⁶.

 - znak kluczowy cząsteczki o jednoliterowych symbolach pierwiastków składowych

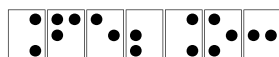
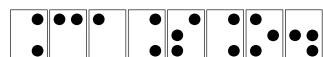
	zapis skrócony	zapis pełny
KOH		
HCOOH		
HCN		

⁸⁵ W zapisie matematycznym i literackim jest to *znak kluczowy dużej litery* alfabetu łacińskiego.

⁸⁶ Na podstawie ustaleń Międzynarodowej Konferencji poświęconej zapisom brajłowskim w Moskwie w roku 1975: *A System of Braille Notation of Mathematics, Physics, Astronomy and Chemistry*, Moscow 1975 [4].

Indeksy stechiometryczne

Indeksy stechiometryczne we wzorze cząsteczki pisze się bezpośrednio po symbolach pierwiastków w zapisie obniżonym (znaki 5-tej serii).

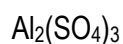
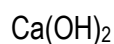
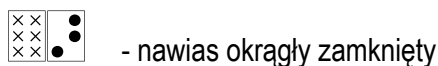
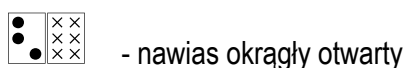


Jeżeli w cząsteczce wzoru występują pierwiastki o jednoliterowych symbolach można stosować zapis skrócony:



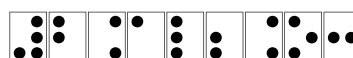
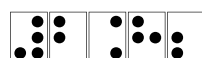
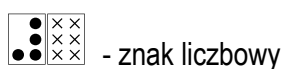
Nawiasy okrągłe

Nawiasy okrągłe we wzorach cząsteczek stosujemy jak w zapisach matematycznych.⁸⁷



Współczynniki stechiometryczne

Współczynniki stechiometryczne w równaniach reakcji chemicznych zapisujemy ze *znakiem liczby*⁸⁸ bez odstępu między współczynnikiem, a wzorem lub symbolem.



⁸⁷ Rozdział Poradnika – Nawiasy.

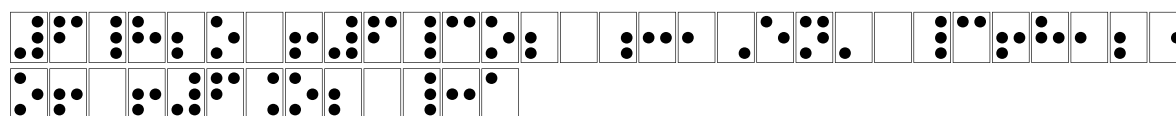
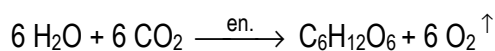
⁸⁸ Rozdział Poradnika – Liczby.

Symbole strzałek w zapisach chemicznych

←		- reakcja przebiegająca w lewo
→		- reakcja przebiegająca w prawo
↔		- reakcja odwracalna
↑		- ulatnianie się gazu
↓		- strącanie się osadu
$\xrightarrow{\text{wyr.}}$		- strzałka w prawo pisana pod wyrażeniem ⁸⁹
$\xleftarrow{\text{wyr.}}$		- strzałka w lewo pisana pod wyrażeniem
$\xleftrightarrow{\text{wyr.}}$		- strzałka w prawo i w lewo pisana pod wyrażeniem

Reakcja katalizowana

W zapisie reakcji przebiegającej z udziałem katalizatora lub wymagającej określenia warunków przebiegu reakcji wykorzystuje się "długą strzałkę pisana pod wyrażeniem".

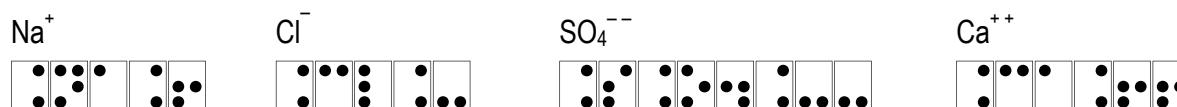


Przy przenoszeniu części wzoru do następnego wiersza w powyższym przykładzie zastosowano znak poziomy podstawowego . Znak ten informuje, że symbol (O_6) na początku drugiego wiersza znajduje się na podstawowym poziomie. Zagadnienie przenoszenia części wyrażeń do następnego wiersza omówiono szczegółowo w rozdziale Poradnika – *Przenoszenie części wyrażeń matematycznych do następnego wiersza*.

Jony

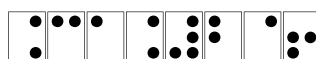
	- znak jonu
	- jon ujemny
	- jon dodatni (zapis skrócony)
	- jon dodatni (zapis pełny)

Zapis pełny jonu dodatniego należy stosować w oznaczeniach, w których mogłaby wystąpić niejednoznaczność odczytu.



⁸⁹ Symbol strzałki używany także we wzorach fizycznych; rozdział Poradnika – *Symbole strzałek w zapisach fizycznych*.

Jony dwu- trój- i więcej dodatnie oraz dwu- trój- i więcej ujemne można zapisać również podając liczbę ładunków bezpośrednio po znaku jonu.



W zapisie jonu Ca^{2+} zastosowano pełny zapis jonu. W przypadku pomyłkowego zastosowania zapisu skróconego



wzór zostałby odczytany jako: $\text{Ca}^{\frac{2}{6}90}$.

Hydraty

W cząsteczkach uwodnionych wstawia się *znak mnożenia* między wzory cząsteczek soli i wody.

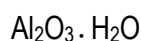
kropka bez odstępu



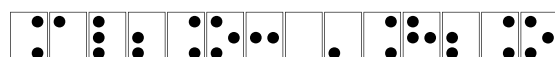
kropka z odstępem



- znak mnożenia⁹¹



lub



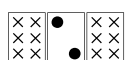
Wskaźniki [chem.]⁹²

W zapisach chemicznych (konfiguracja elektronowa, wartościowość, stopnie utlenienia) stosuje się wskaźniki lewo- i prawostronne, zarówno górne, jak i dolne. Wskaźniki te mają w zapisie brajlowskim swoje znaki kluczowe.

Znaki kluczowe wskaźników prawostronnych



- górny wskaźnik prawostronny



- dolny wskaźnik prawostronny

Znaki kluczowe wskaźników lewostronnych

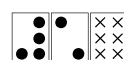
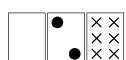
zapis skrócony



zapis zwykły



- górny wskaźnik lewostronny



- dolny wskaźnik lewostronny

Wskaźniki lewostronne pisze się przed symbolem pierwiastka, wskaźniki prawostronne – po symbolu pierwiastka.

W zapisach na ogół wystarcza zapis skrócony. Zwykły zapis wskaźników lewostronnych należy stosować w przypadkach konieczności uniknięcia niejednoznaczności.

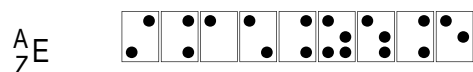
⁹⁰ Rozdział Poradnika – *Ułamki zwykłe.*

⁹¹ Rozdział Poradnika – *Znaki działań.*

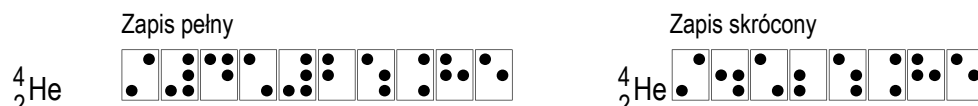
⁹² Rozdział Poradnika – *Potęgi i wskaźniki.*

Budowa atomu

W układzie okresowym każdy pierwiastek opisany jest liczbą atomową Z (liczba protonów) i liczbą masową A, umieszczonymi przed symbolem pierwiastka jako wskaźniki lewostronne: A – jako wskaźnik górny, Z – jako wskaźnik dolny⁹³.



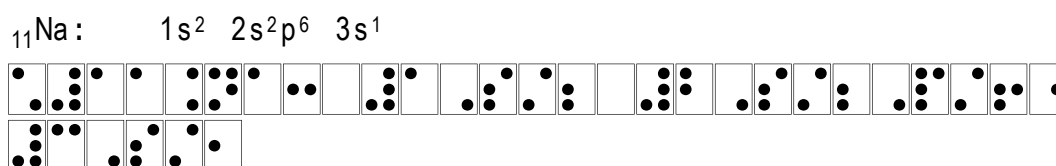
Wskaźniki można zapisać w sposób pełny lub skrócony. W zapisie pełnym liczby pisze się z użyciem znaku liczbowego, w zapisie skróconym – znak liczbowy pomija się, a liczbę pisze na obniżonym poziomie (znaki 5-tej serii alfabetu Braille'a).



Przed symbolem pierwiastka należy umieścić znak zakończenia poziomu.

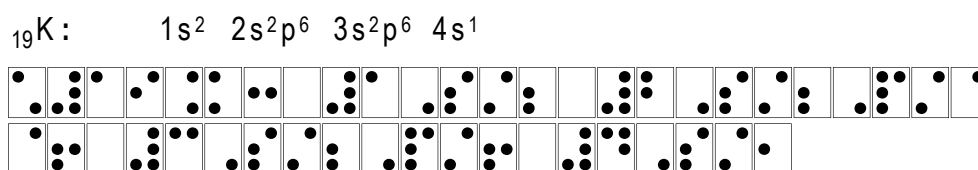
Konfiguracja elektronowa

Liczbę protonów charakterystyczną dla danego pierwiastka zapisuje się jako wskaźnik dolny lewostronny przed symbolem pierwiastka. Ilości elektronów na poszczególnych orbitalach podaje się jako wskaźniki górne prawostronne po literze określającej orbital.



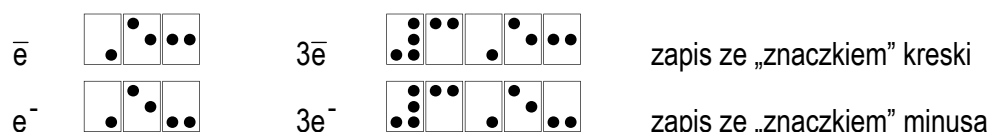
Przy przenoszeniu części wzoru do następnego wiersza w powyższym przykładzie zastosowano znak poziomu podstawowego zgodnie z zasadami przenoszenia wyrażeń matematycznych⁹⁴. Znak ten informuje, że współczynnik stechiometryczny 3 (pierwszy znak w drugim wierszu), znajduje się na podstawowym poziomie.

Jeżeli zachodzi konieczność złamania wiersza w miejscu poziomu l-szego, na końcu wiersza stawiamy znak l-szego poziomu. Znak ten dla lepszej czytelności można powtórzyć na początku następnego wiersza.



Zapis elektronu

W zapisie elektronu można wykorzystać „znaczek” kreski lub minusa⁹⁵.




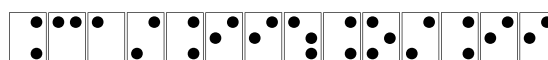
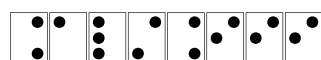
⁹³ Rozdział Poradnika – Wskaźniki lewostronne.

⁹⁴ Rozdział Poradnika – Przenoszenie części wyrażeń matematycznych do następnego wiersza.

⁹⁵ Rozdział Poradnika – Tak zwane „znaczkę”.


Wartościowość

- W zapisie wartościowości cyfry rzymskie zapisuje się zgodnie z notacją matematyczną.⁹⁶
- Wartościowość podaje się po symbolu pierwiastka jako wskaźnik górny prawostronny.
- We wzorze cząsteczki symbole kolejnych pierwiastków poprzedzić należy znakiem zakończenia poziomym .

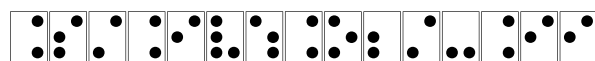


Stopnie utlenienia pierwiastków

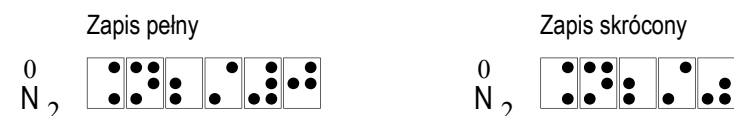
W zapisach stopni utlenienia pierwiastków stosuje się równoważnie cyfry rzymskie lub arabskie.

- Stopnie utlenienia podaje się po symbolu pierwiastka jako wskaźniki górne prawostronne. Jeżeli we wzorze cząsteczki występuje współczynnik stechiometryczny, stopień utlenienia zapisuje się po współczynniku.
- We wzorze cząsteczki symbole kolejnych pierwiastków poprzedzić należy *znakiem zakończenia poziomym* .

Zapis cyframi rzymskimi




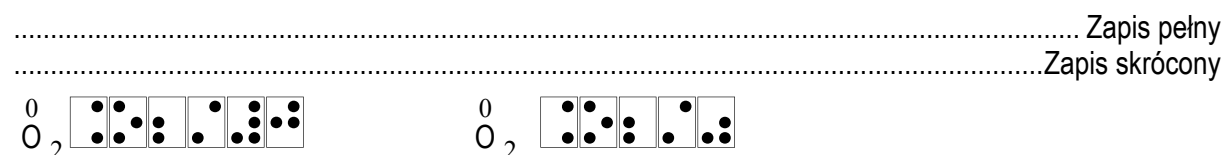
W przypadku pierwiastków w stanie wolnym ich stopień utlenienia należy zapisać jako zero arabskie.



Zapis cyframi arabskimi



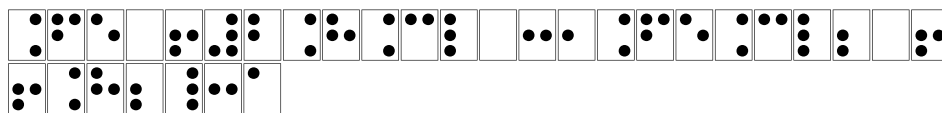
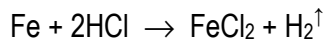
Przy zapisie dodatnich stopni utlenienia przed cyframi arabskimi piszemy znak +. W zapisie brajlowskim należy przed nim umieścić znak separatora .



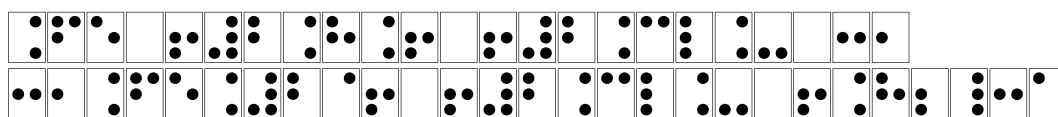
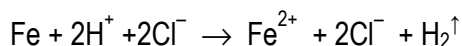
⁹⁶ Rozdział Poradnika – Rzymski zapis liczb.

REAKCJE CHEMICZNE

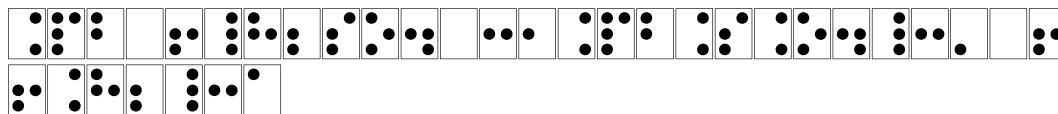
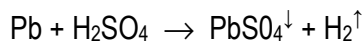
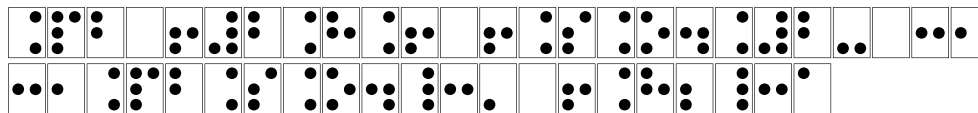
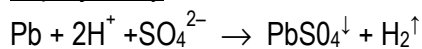
Powstawanie soli.

Zapis cząsteczkowyZapis jonowy

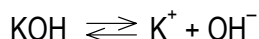
W przypadku jonów 2- 3- i więcej dodatnich znak ⠠⠠ należy poprzedzić separatorem ⠠ .



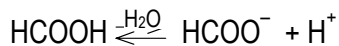
Powstawanie soli nierozpuszczalnej

Zapis cząsteczkowyZapis jonowy

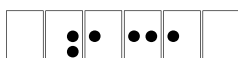
Reakcja odwracalna



Reakcja dysocjacji



W zapisie reakcji zastosowano znak długiej strzałki w prawo i w lewo pisanej pod wyrażeniem⁹⁷.



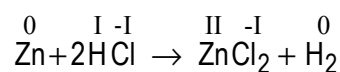
- długa strzałka w prawo i w lewo pisana pod wyrażeniem

⁹⁷ Rozdział Poradnika – Symbole strzałek w zapisach chemicznych.

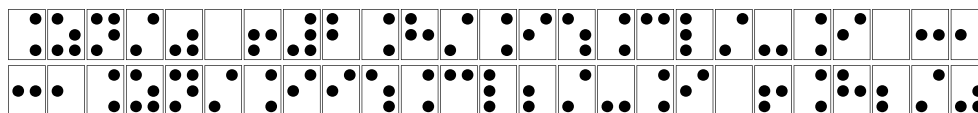
Reakcje utleniania i redukcji

Stopnie utlenienia w reakcjach red.– ox. zapisywane są równorzędnie cyframi rzymskimi i arabskimi.

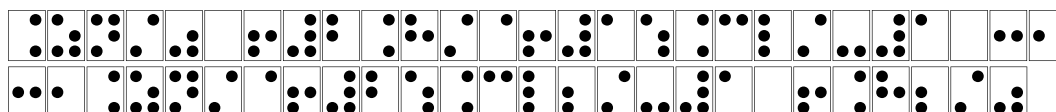
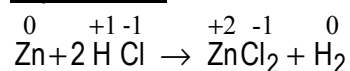
Zapis rzymski ⁹⁸



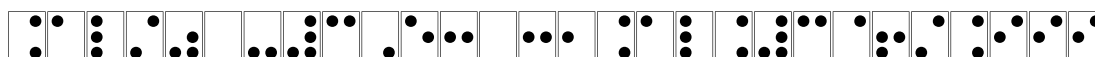
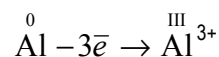
Stopnie utlenienia w poniższych przykładach podano w zapisie skróconym.



Zapis arabski

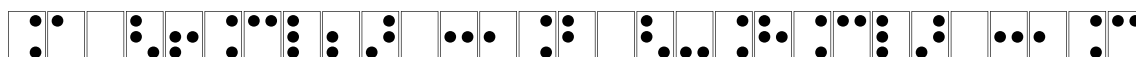
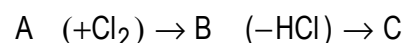


Bilans elektronów w reakcjach utleniania i redukcji



Schemat ciągu reakcji

W zadaniach chemicznych często stosuje się ciąg reakcji do rozszyfrowania przez ucznia. Znak "+" oznacza związek dodany do reakcji, znak "-" oznacza związek eliminowany z reakcji.



Zapis jednostek [chem.] ⁹⁹

W notacji chemicznej jednostki zapisuje się zgodnie z notacją matematyczną i fizyczną. Określenie jednostki poprzedza znak miana.

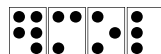


- znak jednostki, znak miana.

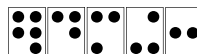
g



mol



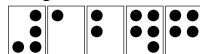
dm³



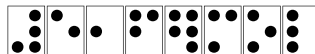
g/mol



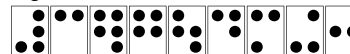
12g



5,6 mol



3g/dm³

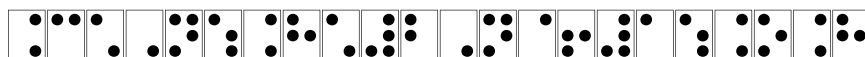
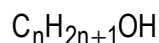
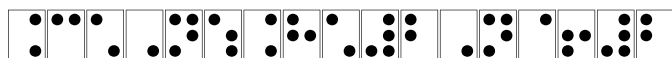
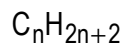


⁹⁸ Rozdział Poradnika – Rzymski zapis liczb.

⁹⁹ Zapis jednostek jest szczegółowo w rozdziale Poradnika – Jednostki i działania na jednostkach oraz Symbole słowne, znak miana.

WZORY OGÓLNE

W chemii organicznej stosuje się wzory ogólne dla grup związków, np. węglowodorów, alkoholi.

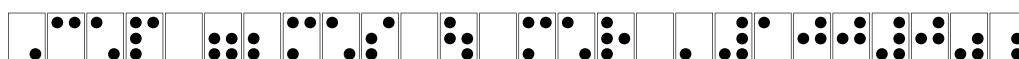


Znak I-szego poziomu w dolnym wskaźniku podkreśla jego ciągłość.

Stężenie procentowe roztworu

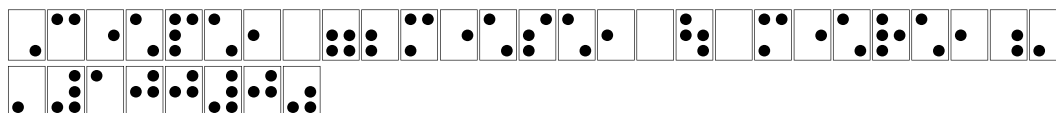
Do obliczenia stężenia procentowego roztworu stosuje się wzór:

$$c_p = \frac{m_s}{m_r} \cdot 100\%$$



W przypadku obliczania stężenia procentowego roztworu powstałego przez mieszanie roztworów o różnych stężeniach stosuje się wskaźnik złożony.¹⁰⁰ (Wskaźnik złożony rozpoczyna się znakiem .)

$$c_{p_1} = \frac{m_{s_1}}{m_{r_1}} \cdot 100\%$$



W przykładzie wykorzystano znaki stosowane przy zapisie ułamków:¹⁰¹

- początek ułamka (licznika)

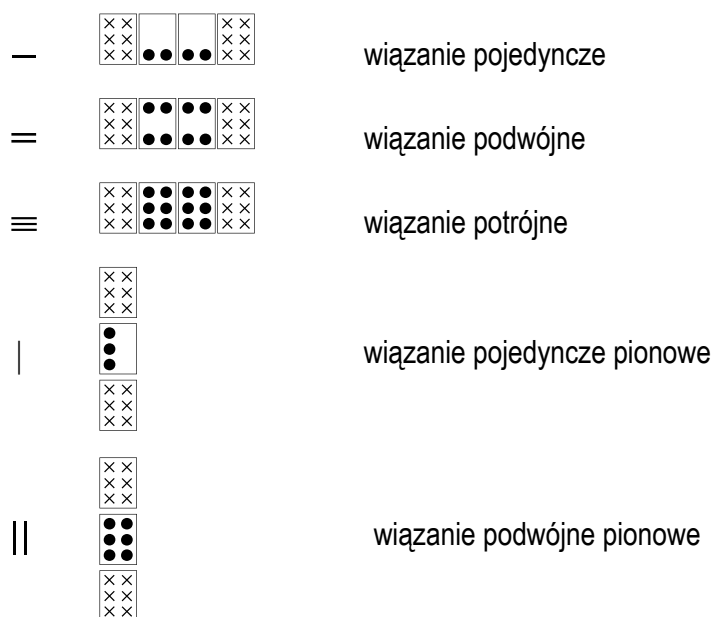
- koniec ułamka (mianownika)

- kreska ułamkowa

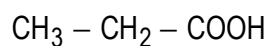
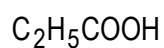
¹⁰⁰ Rozdział Poradnika – Wykładniki i wskaźniki proste i złożone.

¹⁰¹ Rozdział Poradnika – Ułamki.

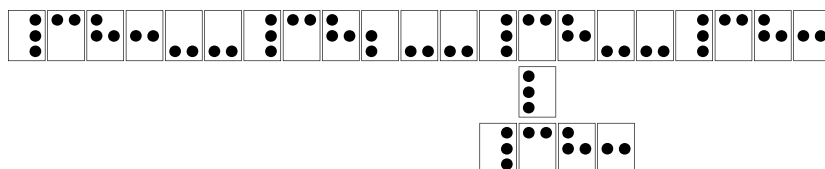
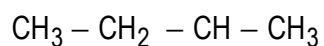
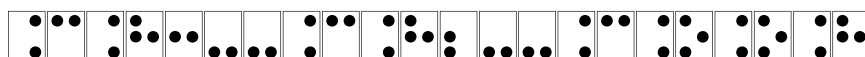
WZORY PÓLSTRUKTURALNE I STRUKTURALNE



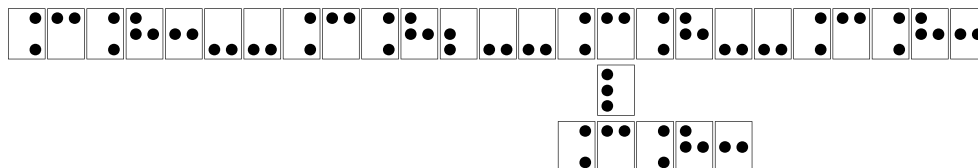
Wzory półstrukturalne



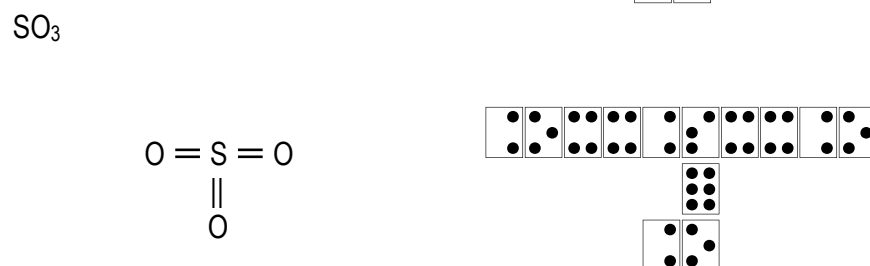
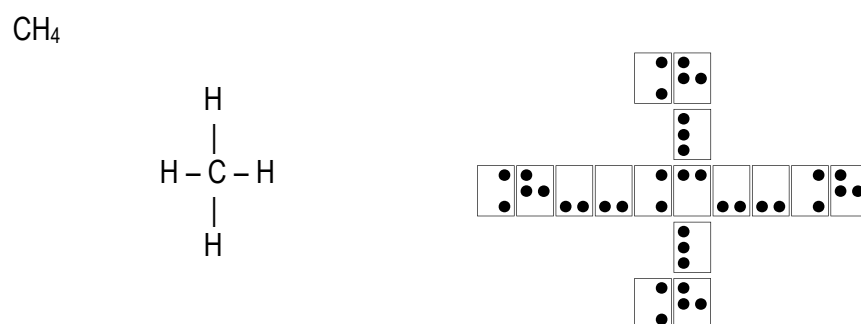
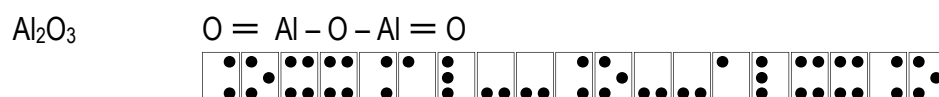
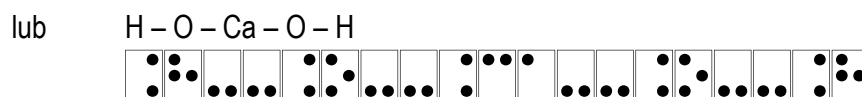
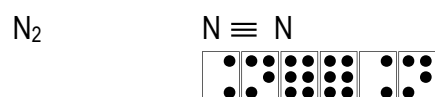
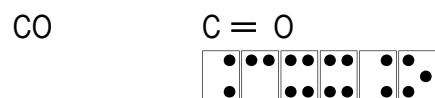
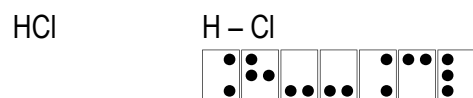
lub



lub



Wzory strukturalne



LITERATURA

1. Dr Helmut Epheser.: *Międzynarodowa Brajlowska Notacja Matematyczna*, w tłumaczeniu i opracowaniu Marii i Andrzeja Adamczyków, Zarząd Główny Polskiego Związku Niewidomych, Warszawa 1967.
2. Włodzimierz Dolański.: *Alfabet Braille'a, jego poprzednicy i krewniacy*, Logopedia, zagadnienia kultury żywego słowa, PTL, Wydawnictwo Lubelskie 1971.
3. *A System of Braille Notation on Mathematics, Physics, Astronomy and Chemistry*, materiały z międzynarodowej konferencji poświęconej zapisom brajlowskim, Moskwa 1975.
4. Elżbieta Szwedowska.: *Symbolika matematyczna dla niewidomych w systemie Braille'a*, Praca magisterska, WSPS, Warszawa 1983.
5. Andrzej Galbarski.: *Podręcznik dla przepisywujących książki systemem Braille'a*, Wydanie pierwsze, Polski Związek Niewidomych, Zakład Nagrań i Wydawnictw, Warszawa 1994.
6. Jan Świerczek.: *Brajlowska Notacja Matematyczna*, SOSW dla Dzieci Niewidomych i Słabowidzących, Kraków 1998.
7. Tadeusz Rynkowski.: *Matematyka pisana brajlem*, OSW dla Dzieci Niewidomych , Owińska 2000.
8. J.S. Januszewscy.: *Brajlowska notacja matematyczna*, OSW dla Dzieci i Młodzieży Słabowidzącej i Niewidomej, Bydgoszcz.
9. Praca zespołowa.: *Brajlowska notacja matematyczna*, OSW dla Dzieci Niewidomych, Wrocław.

SPIS TREŚCI – ALFABETYCZNIE

Alfabet grecki	7
Bilans elektronów w reakcjach utleniania i redukcji.....	74
BRAJLOWSKA NOTACJA CHEMICZNA - UWAGI	67
BRAJLOWSKA NOTACJA FIZYCZNA - UWAGI	54
Budowa atomu	71
CAŁKI.....	51
Constans.....	36
DUŻA KLAMRA ŁĄCZĄCA KILKA WIERSZY.....	37
DZIAŁANIA NA ZBIORACH I ELEMENTACH ZBIORÓW.....	16
Funkcja odwrotna.....	35
Funkcja złożona	36
FUNKCJE	35
Funkcje	35
Funkcje trygonometryczne	46
GEOMETRIA	42
Geometria analityczna	44
GRANICE.....	50
Hydraty.....	70
INDEKS.....	82
Indeksy stechiometryczne.....	68
Inne symbole używane w opisie działań na zbiorach.....	17
Jednostki główne - przykłady	65
JEDNOSTKI I DZIAŁANIA NA JEDNOSTKACH	63
Jednostki krotne.....	65
Jednostki podstawowe i uzupełniające układu SI.....	64
Jednostki temperatury.....	65
Jednostki we wzorach i wyrażeniach fizycznych.....	66
Jony	69
Kolejność wskaźników prawostronnych i wykładnika potęgi	30
Konfiguracja elektronowa.....	71
Kwantyfikatory.....	48
LICZBY	4
Liczby całkowite.....	4
Liczby dziesiętne.....	5
Liczby mieszane	23
Liczebniki główne.....	4
Liczebniki porządkowe	4
LITERATURA.....	78
LOGARYTMY	41
LOGIKA MATEMATYCZNA	48
Miara łukowa kąta	45
Miara stopniowa kąta	45
Następstwo znaków	3
NAWIASY	11
Nawiasy - czy znaki poziomu?	26
Nawiasy dla tekstu niematematycznego	12
Nawiasy matematyczne	11
ODDZIELANIE LICZB I ZNAKÓW PRZESTANKOWYCH	13

Odwrotne funkcje trygonometryczne.....	47
Oznaczenia wektorów	43
Oznaczenia zbiorów i zbiorów liczbowych	16
PIERWIASTKI	33
POCHODNE	51
Podstawowe symbole geometryczne.....	42
PODSTAWOWE SYMBOLE I ZNAKI STOSOWANE W CHEMII.....	67
POTĘGI I WSKAŹNIKI	28
Powstawanie soli nierozpuszczalnej	73
Powstawanie soli.	73
Procenty i promile	5
Proste znaki kluczy dla wykładników potęgi i wskaźników prawostronnych.....	28
Prosty znak pierwiastka	33
PRZENOSZENIE CZĘŚCI WYRAŹEŃ MATEMATYCZNYCH DO NASTĘPNEGO WIERSZA	14
Przykłady działań na ułamkach zwykłych.....	24
Przykłady wyrażeń z wykorzystaniem złożonych znaków kluczy	62
PRZYKŁADY ZAPISU RÓŻNYCH WZORÓW FIZYCZNYCH.....	60
Przykłady zapisu wyrażeń z użyciem potęg, pierwiastków oraz wskaźników.....	34
RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA I KOMBINATORYKA.....	49
Reakcja dysocjacji	73
Reakcja katalizowana	69
Reakcja odwracalna.....	73
REAKCJE CHEMICZNE	73
Reakcje utleniania i redukcji.....	74
Równania	38
RÓWNANIA I UKŁADY RÓWNAŃ.....	38
Rzymski zapis liczb	5
Schemat ciągu reakcji.....	74
Signum.....	36
Silnia	49
Skrócony zapis ułamków.....	22
SPIS TREŚCI - ALFABETYCZNIE.....	79
Stężenie procentowe roztworu	75
Stopnie utlenienia pierwiastków	72
Symbole logiczne	48
Symbole pierwiastków.....	67
Symbole słowne, znak miana.....	63
Symbole strzałek w zapisach chemicznych	69
Symbole strzałek w zapisach fizycznych.....	56
Symbole używane w zapisie granic.....	50
Tak zwane "znaczkę"	30
TRYGONOMETRIA	45
Układy równań	39
UŁAMKI.....	22
Ułamki algebraiczne.....	24
Ułamki złożone.....	27
Ułamki zwykłe	23
WARTOŚĆ BEZWZGLĘDNA - MODUŁ	12
Wartościowość.....	72
Wskaźniki [chem.]	70

WSKAŹNIKI I "ZNACZKI" WE WZORACH FIZYCZNYCH.....	54
Wskaźniki lewostronne.....	32
Wskaźniki lewostronne w zapisach fizycznych.....	59
Wskaźniki wielowyrzowe.....	31
Współczynniki stechiometryczne.....	68
WSTĘP.....	2
Wybrane zagadnienia transkrypcji brajlowskiej.....	60
Wykładniki i wskaźniki proste i złożone.....	28
WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE.....	15
WYRAŻENIA PROSTE I ZŁOŻONE.....	27
WZAJEMNE POŁOŻENIE ZNAKÓW.....	52
Wzory cząsteczek.....	67
WZORY OGÓLNE.....	75
Wzory półstrukturalne.....	76
WZORY PÓLSTRUKTURALNE I STRUKTURALNE.....	76
Wzory strukturalne.....	77
Zapis czasu.....	9
Zapis daty.....	9
ZAPIS DATY I CZASU.....	9
Zapis elektronu.....	71
ZAPIS JEDNOSTEK - PODSTAWY.....	8
Zapis jednostek [chem.].....	74
Zapis liczb wielopozycyjnych.....	4
Zapis liter greckich.....	6
Zapis liter łacińskich.....	6
Zapisy stosowane w Poradniku.....	2
Zasady stosowania znaków alfabetu i druku wyróżnionego.....	7
Złożone znaki kluczy dla wykładnika potęgi i wskaźników prawostronnych.....	29
Złożony znak pierwiastka.....	34
ZNAKI ALFABETU.....	6
Znaki druku wyróżnionego.....	6
Znaki działań.....	10
ZNAKI DZIAŁAŃ I RELACJI.....	10
Znaki nawiasujące.....	31
ZNAKI PISMA BRAILLE'A.....	1
ZNAKI POZIOMU.....	20
Znaki relacji.....	11
Znaki relacji i działań na zbiorach.....	16
Znaki wyznaczników i macierzy.....	40
Zwykły zapis ułamków.....	22

INDEKS¹⁰²

A

alfabet grecki, 7
 arcus cosinus, 47
 arcus cotangens, 47
 arcus secans, 47
 arcus sinus, 35, 47
 arcus tangens, 47

B

bilans elektronów [chem.], 74
 bis, 17, 30, 31, 42, 55
 budowa atomu [chem.], 71

C

całki, 51
 constans, 36, 63
 cosecans, 46
 cosinus, 46
 cotangens, 46
 cudzysłów, 13

D

daszek, 30, 55
 dąży do, 50
 Definicje znaków
 Całki
 całka, 51
 całka oznaczona, 51
 kreska całkowita, 51
 constans, 36
 Druk wyróżniony
 kursywa, 6
 pogrubiony, 6
 prosty, 6
 duża klamra, 37
 funkcja odwrotna, 35
 Funkcje trygonometryczne
 cosecans, 46
 cosinus, 46
 cotangens, 46
 secans, 46
 sinus, 46
 tangens, 46
 Funkcje trygonometryczne odwrotne
 arcus cosecans, 47

arcus cosinus, 47
 arcus cotangens, 47
 arcus secans, 47
 arcus sinus, 47
 arcus tangens, 47
 Geometria – symbole
 bis, 42
 jest podobny, 42
 jest przystający, 42
 kąt, 42
 kąt prosty, 42
 kwadrat, 42
 łuk (dolny), 42
 łuk (górnny), 42
 nie jest podobny, 42
 nie jest przystający, 42
 nieprostokątne, 42
 nierównoległe, 42
 odcinek, 42
 okrąg, 42
 prim, 42
 prosta, 42
 prostokąt, 42
 prostokątne, 42
 równoległe, 42
 średnica, 42
 strzałka w lewo, 42
 strzałka w prawo, 42
 strzałka w prawo i w lewo, 42
 trójkąt, 42
 trójkąt prostokątny, 42
 Granice
 dąży do, 50
 limes, 50
 nieskończoność, 50
 kreska ułamkowa, *Patrz* Definicje znaków –
 Ułamki
 Kwantyfikatory
 kwantyfikator ogólny, 48
 kwantyfikator szczególny, 48
 Logarytmy
 logarytm, 41
 logarytm naturalny, 41
 podstawa logarytmu, 41
 Logika – symbole
 i (logika), 48
 lub (logika), 48
 nie (negacja), 48
 to (logika), 48
 wtedy i tylko wtedy gdy (logika), 48
 Macierze, *Patrz* Definicje znaków – wyznaczniki
 i macierze
 Miara kąta
 minuta kątowa, 45

¹⁰² Hasła oznaczone dodatkowo przez [chem.] dotyczą zapisów chemicznych, przez [fiz.] – zapisów fizycznych.

- radian, 45
- sekunda kątowna, 45
- stopień kątowny, 45
- moduł, 12
- Nawiasy matematyczne
 - klamrowe, 11
 - kwadratowe, 11
 - okrągłe, 11
 - skośne, 11
- nieskończoność, *Patrz* Definicje znaków – Granice
- numeryk, *Patrz* Definicje znaków – znak liczbowy
- Pierwiastki
 - prosty znak pierwiastka, 33
 - stopień pierwiastka, 33
 - złożony znak pierwiastka, 34
- Pochodne
 - pochodna, 51
 - pochodna cząstkowa, 51
- Potęgi i wskaźniki
 - haczyk, 31
 - wskaźnik dolny lewostronny, 32
 - wskaźnik dolny prawostronny, 28
 - wskaźnik dolny prawostronny (złożony), 29
 - wskaźnik górny lewostronny, 32
 - wskaźnik górny prawostronny, 28
 - wskaźnik górny prawostronny (złożony), 29
 - wskaźniki wielowyrzowe, 31
 - wykładnik potęgi (prosty), 28
 - wykładnik potęgi (złożony), 29
- procent, 5
- promil, 5
- signum, 36
- silnia, 49
- Strzałka
 - w dół, 69
 - w górę, 69
 - w lewo, 42
 - w lewo (długa), 31
 - w lewo (pisana pod wyrażeniem), 69
 - w lewo (znaczek), 30
 - w prawo, 42
 - w prawo (długa), 31
 - w prawo (pisana pod wyrażeniem), 69
 - w prawo (znaczek), 30
 - w prawo i w lewo, 42
 - w prawo i w lewo (pisana pod wyrażeniem), 69
- Ułamki
 - kreska ułamkowa, 22
 - znak końca ułamka, 22
 - znak początku ułamka, 22
- wartość bezwzględna, *Patrz* Definicje znaków – moduł
- wektory, 43
- wskaźniki, *Patrz* Definicje znaków – Potęgi i wskaźniki
- Wyznaczniki i macierze
 - kreski dla wyznacznika, 40
 - moduł wyznacznika, 40
 - nawiasy dla macierzy, 40
- Zbiory
 - dowolny, 16
 - liczb całkowitych, 16
 - liczb naturalnych, 16
 - liczb niewymiernych, 16
 - liczb rzeczywistych, 16
 - liczb wymiernych, 16
 - pusty, 16
- Znaczki
 - bis, 30
 - daszek, 30
 - gwiazdka (znaczek), 30
 - klucz znacznika dolnego, 30
 - klucz znacznika górnego, 30
 - kreska, 30
 - kropka (znaczek), 30
 - minus (znaczek), 30
 - plus (znaczek), 30
 - prim, 30
 - strzałka w lewo (znaczek), 30
 - strzałka w prawo (znaczek), 30
- znak liczbowy, 4
- znak miana, 63
- znak nowego wiersza, 37
- Znaki alfabetu
 - litera grecka (duża), 6
 - litera grecka (mała), 6
 - litera łacińska (mała), 6
- znaki działań
 - kreska ułamkowa (dzielenie), 10
- Znaki działań
 - dwukropek (dzielenie), 10
 - gwiazdka (mnożenie), 10
 - kropka bez odstępu (mnożenie), 10
 - kropka z odstępem (mnożenie), 10
 - krzyżyk (mnożenie), 10
 - minus (odejmowanie), 10
 - minus-plus, 10
 - plus (dodawanie), 10
 - plus-minus, 10
- Znaki poziomu
 - znak I-go poziomu, 20
 - znak II-go poziomu, 20
 - znak III-go poziomu, 20
 - znak poziomu podstawowego, 20
 - znak zakończenia (końca poziomu), 20
- Znaki relacji
 - mniejszy, 11
 - mniejszy lub równy, 11
 - nie mniejszy, 11
 - nie równa się, 11
 - nie większy, 11
 - równa się, 11
 - równa się w przybliżeniu, 11
 - większy, 11
 - większy lub równy, 11
 - znacznie mniejszy, 11

- znacznie większy, 11
- Znaki relacji i działań na zbiorach
- iloczyn kartezjański zbiorów, 16
 - iloczyn zbiorów, 16
 - należy, 16
 - nie należy, 16
 - nie zawiera, 16
 - nie zawiera się, 16
 - różnica zbiorów, 16
 - suma zbiorów, 16
 - zawiera, 16
 - zawiera się, 16
- Definicje znaków [chem.]
- Jony
- jon dodatni (zapis pełny), 69
 - jon dodatni (zapis skrócony), 69
 - jon ujemny, 69
 - znak jonu, 69
- Strzałka
- w dół (strącanie się osadu), 69
 - w górę (ulatnianie się gazu), 69
 - w lewo (pisana pod wyrażeniem), 69
 - w lewo (reakcja przebiegająca w lewo), 69
 - w prawo (pisana pod wyrażeniem), 69
 - w prawo (reakcja przebiegająca w prawo), 69
 - w prawo i w lewo (pisana pod wyrażeniem), 69
 - w prawo i w lewo (reakcja odwracalna), 69
- Wiązanie
- podwójne, 76
 - podwójne (pionowe), 76
 - pojedyncze, 76
 - pojedyncze (pionowe), 76
 - potrójne, 76
- Znak kluczowy
- cząsteczki o jednoliterowych symbolach pierwiastków składowych, 67
 - pierwiastka, 67
- druk wyróżniony, 6, 8
- duża klamra, 37, 39
- dwukropek, 13, 17, 18, 44, 71
- dwukropek (dzielenie), 10
- E**
- elektron [chem.], 71
- F**
- falka, 30, 55, 56, 59
- funkcja odwrotna, 35, 47
- funkcja złożona, 36
- funkcje, 35
- Funkcje
- constans, 36
 - funkcje trygonometryczne, 46
 - funkcje trygonometryczne odwrotne, 47
 - logarytmy, 41
- pierwiastki, 33
- potęgi, 28
- signum, 36
- G**
- geometria, 42
- geometria analityczna, 44
- granice, 50
- gwiazdka (mnożenie), 10
- gwiazdka (znaczek), 30, 55, 56
- H**
- haczyk, 31, 57
- hydraty [chem.], 70
- I**
- i (logika), 17, 18, 48
- Iloczyn wektorów [fiz.]
- skalarny, 58
 - wektorowy, 58
- iloczyn zbiorów, 16, 19
- infimum, 17
- J**
- jednostki, 8, 9, 63, 64, 65, 66, 74
- Jednostki
- działania na jednostkach, 63
 - jednostki główne, 65
 - jednostki krotne, 65
 - jednostki podstawowe układu SI, 64
 - jednostki temperatury, 65
 - jednostki uzupełniające układu SI, 64
 - jednostki we wzorach i wyrażeniach fizycznych, 66
- jest podobny, 42
- jest przystający, 42
- jony [chem.], 69
- K**
- kąt, 42
- kąt prosty, 42
- kolejność wskaźników prawostronnych i wykładnika potęgi, 30
- konfiguracja elektronowa [chem.], 71
- kreska (znaczek), 30, 31, 49, 55, 56, 60, 71
- kreska o odstępem (mnożenie), 33
- kreska ułamkowa, 10, 22, 75
- kropka (znaczek), 30, 31

kropka bez odstępu (mnożenie), 10, 24, 26, 65, 70
kropka z odstępem (mnożenie), 10, 24, 26, 65, 70
krzyżyk (mnożenie), 10, 16, 18, 58
kwadrat, 42
kwantyfikatory, 48

L

Liczba
atomowa [chem.], *Patrz* Budowa atomu
masowa [chem.], *Patrz* Budowa atomu
liczby, 4
Liczby
całkowite, 4
dziesiętne, 5
mieszane, 23
rzymskie, 5
wielopozycyjne, 4
Liczebniki
główne, 4
porządkowe, 4
limes, 50, 63
Litera
grecka, 6
łacińska, 6
logarytmy, 41
logika matematyczna, 48
lub (logika), 17, 48
łuk (dolny), 31, 42
łuk (górnny), 31, 42

M

macierz, 40
maximum, 17, 63
miara łukowa kąta, 45
miara stopniowa kąta, 45
minimum, 17
minus (odejmowanie), 10, 23
minus (znaczek), 30, 55, 71
minus-plus, 10
minuta kątowna, 45
mniejszy, 11
mniejszy lub równy, 11
moduł, 12, 40, 44, 58

N

należy, 16, 17, 18, 43
następstwo znaków, 3

nawiasy, 11, 26, 68
nawiasy dla tekstu niematematycznego, 12
Nawiasy matematyczne
klamrowe, 11
kwadratowe, 11
okrągłe, 11
skośne, 11
nie (logika), 48
nie jest podobny, 42
nie jest przystający, 42
nie mniejszy, 11
nie należy, 16, 18
nie równa się, 11
nie większy, 11
nie zawiera, 16
nie zawiera się, 16
nieprostokątne, 42
nierównoległe, 42
nieskończoność, 18, 50

O

odcinek, 42
oddzielanie liczb i znaków przestankowych, 13
okrąg, 42

P

pierwiastki, 33
plus (dodawanie), 10
plus (znaczek), 30, 55
plus-minus, 10, 47
pochodne, 51
potęgi i wskaźniki, 28
prim, 17, 18, 30, 31, 42, 51, 55
procent, 5
promil, 5
prosta, 42
prostokąt, 42
prostokątne, 42
przecinek, 13
przenoszenie części wyrażeń do następnego wiersza, 11, 14, 24, 25, 38, 39, 40, 41, 50, 55, 58, 59, 61, 66, 69, 71, 73, 74, 75
pusty znak, 2
pytajnik, 13

R

rachunek prawdopodobieństwa
i kombinatoryka, 49
radian, 45, 63

Reakcje [chem.]

- ciąg reakcji, 74
- dysocjacji, 73
- katalizowana, 69
- odwracalna, 73
- powstawanie soli, 73
- powstawanie soli nierozpuszczalnej, 73
- utleniania i redukcji, 74

równa się, 11

równa się w przybliżeniu, 11

równania, 38

równoległe, 42

różnica zbiorów, 16, 17, 18, 19

S

secans, 46

sekunda kątowna, 45

signum, 36, 37, 63

silnia, 23, 49

sinus, 35, 46, 61

średnica, 42

średnik, 13

stechiometryczne [chem.]

indeksy, 68

współczynniki, 68

stężenie procentowe roztworu [chem.], 75

stopień Celsjusza [fiz.], 65

stopień kątowny, 45

stopnie utlenienia pierwiastków [chem.], 72

Strzałka

w dół, 69, 73

w górę, 69, 73

w lewo, 42, 56, 69

w lewo (długa), 31

w lewo (pisana pod wyrażeniem), 69

w lewo (znaczek), 30

w prawo, 35, 42, 56, 59, 69, 73, 74

w prawo (długa), 31

w prawo (pisana pod wyrażeniem), 58, 59, 69

w prawo (znaczek), 30

w prawo i w lewo, 42, 56, 69, 73

w prawo i w lewo (pisana pod wyrażeniem), 69, 73

suma zbiorów, 16, 17, 19

supremum, 17

symbol Newtona, 37, 49

symbole geometryczne, 42

symbole pierwiastków [chem.], 67

Symbole słowne, 63

T

tangens, 46

to (logika), 48

trójkąt, 42, 44

trójkąt prostokątny, 42

trygonometria, 45

U

układy równań, 39, 40

ułamki, 22

Ułamki

algebraiczne, 24

złożone, 27

zwykłe, 23

W

wartość bezwzględna, *Patrz* moduł

wartościowość [chem.], 72

wektory, 43, 44, 57

większy, 11

większy lub równy, 11

Wskaźniki

lewostronne, 32, 33, 41, 59, 70, 71

prawostronne, 28, 29, 34, 41, 43, 44, 49, 50, 51, 54, 55, 58, 70, 71, 72, 75

wielowyrazowe, 31, 55, 57

wskaźniki [chem.], 70

wtedy i tylko wtedy gdy (logika), 17, 38, 39, 48

wykładnik potęgi, *Patrz* potęgi i wskaźniki

wykrzyknik, 13

wyrażenia algebraiczne, 15

wyrażenia proste i złożone, 27

wyznacznik, 40, 44

wzajemne położenie znaków, 52

Wzory [chem.]

cząsteczek, 67

ogólne, 75

półstrukturalne, 76

strukturalne, 77

Z

Zapis

czasu, 9

daty, 9

Zapis [chem.]

cząsteczkowy, 73

jonowy, 73

Zapis ułamków

skrótowy, 22, 25, 27, 60, 62

- zwykły, 22, 25, 27, 54, 62, 75
zawiera, 16
zawiera się, 16, 18, 19
zbiory, 16
znaczkę, 16, 30, 49, 60, 71
znacznie mniejszy, 11
znacznie większy, 11
znak liczbowy, 68
znak miana, 8, 9, 63, 64, 65, 66, 74
znak nowego wiersza, 37, 39, 49
znaki alfabetu, 6, 7, 8, 15, 17, 25, 55, 59
znaki nawiasujące, 31
znaki pisma Braille'a, 1
znaki poziomu, 20
Znaki poziomu
znak I-go poziomu, 14, 20, 23, 25, 26, 27, 29, 30, 32, 33, 34, 36, 41, 48, 50, 54, 55, 57, 61, 72, 75
znak II-go poziomu, 14, 20, 31, 34, 50, 55, 61
znak III-go poziomu, 14, 20, 34
znak poziomu podstawowego, 14, 20, 23, 32, 45, 48, 50, 61
znak zakończenia (końca) poziomu, 20, 31, 33, 45, 61
znaki relacji, 11
znaki relacji i działań na zbiorach, 16